

音片振動子の支持に関する研究*

近 野 正

工 学 部 電 気 工 学 科

目 次

緒 言

- §§ 1 理想音片の横振動とその等価回路網
- §§ 2 支持された音片振動子の駆動点インピーダンスと支持の条件
- §§ 3 鋼針支持型音片に於ける支持の影響
- §§ 4 スプリング支持型音片に於ける支持の影響
- §§ 5 支持点が節点より少しく離れた場合に於ける支持の影響
- §§ 6 支持音片の振動に対する一考察(曲げモーメント等価置換)
- §§ 7 音片の磁極への吸着に対する安定性
- §§ 8 支持スプリングの各種振動
- §§ 9 音片の総合共振尖鋭度に及ぼす支持の影響に関する実験的考察
- §§10 支持スプリングの各種振動に関する実験
- §§11 支持点が節点より外れた場合の支持の影響に関する実験
- §§12 音片の諸特性に及ぼす支持の影響に関する実験
- §§13 音片振動子の支持の設計について

結 言

附 録 曲げモーメントを受ける細棒の横振動に関する一考察

緒 言

両端自由なる棒状振動子を“音片”と名付け之を周波数標準として使用するため数年来種々研究が進められて来た⁽¹⁾⁽²⁾ 而してその優れた特性は音叉に優るものと認められ既に広く実用に供せられているが未だその振動の理論的解析と検討とに不十分な点があり支持装置の設計、支持条件等の問題についても不明の点があり、実用に際し種々の不便を感じて来た。

音片振動子に支持装置を附加する事は余分な連成振動系を付け加えた事に外ならないから、その固有振動数は支持装置のない理想音片の固有周波数と少しく異つた値となる。勿論、支持は音片の節点あるいはその極く近傍で行われるから一般に之等の影響量は少いが或特定条件の下では無視出来ない影響を与えるものである。

本文は音片振動子の支持の影響について理論的な考察を行い支持装置の具備条件を明瞭ならしめ支持の設計に対する指針を与え更にこの理論的考察に基づき支持の諸影響を実験

* 本研究の一部は文部省研究助成補助による。

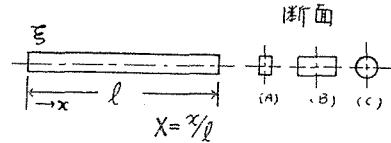
(1) 電気通信に於ける同期とその応用； 學術振興会編 1951 丸善

(2) 永井・木村； 電通誌, vol. 36, NO. 6, (その他信大紀要)

的に検討し、定量的にも之を明瞭ならしめたもので、この理論的な解析と実験的確証とに依り支持の設計並びに条件が明瞭となり体系づけられた。即ち斯る屈曲型振動子の支持法としては支持部の撓み振動のみを考慮し対策を構するだけでは充分でなく、むしろ支持部の捩り振動が重要視されるべきであり而も正規節点支持音片ではこの影響のみが大きく作用する事を指摘しその対策法を示し実際の設計法にまで言及した。

§§ 1 理想音片振動子の横振動とその等価回路網

理想音片とは第 1.1 図に示す様な両端自由な棒で、その振動様式については Rayleigh⁽³⁾ その他の人々により詳しく論究されているが後述の支持音片の解析に必要なので次に略述する。⁽⁴⁾⁽⁵⁾



第 1.1 図

切口が一樣な音片が振れる事なしに一平面内で屈曲振動のみを行うものとし、その断面積を S 、密度を ρ 、複素ヤング率を E ($E = E_1 + jE_2$)、振動の変位を ξ とすれば

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + E R^2 \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} = F_{(x)} e^{j\omega t} \quad \dots\dots\dots (1.1)$$

が成立する。但し R は切口と屈曲の中性面との交線を軸とする切口の回転半径で、 $F_{(x)} e^{j\omega t}$ は単位面積当りの分布駆動力である。(1.1)式の解法は

$$\xi = \xi_{(x)} \cdot e^{j\omega t}, \quad \dots\dots\dots (1.2)$$

とおき (1.1) 式に代入すると

$$\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} - k^4 \right) \xi = \frac{F_{(x)}}{R^2 E} e^{j\omega t}, \quad \dots\dots\dots (1.3)$$

$$\text{が得られる。但し} \quad k^4 = \frac{\rho \omega^2}{R^2 E}, \quad \dots\dots\dots (1.4)$$

である。

音片は両端自由棒であるから $x=0, x=l$ で $\partial^2 \xi / \partial x^2 = 0, \partial^3 \xi / \partial x^3 = 0$ なる境界条件が得られるから (1.3) 式を解き、この境界条件を満足させれば理想音片の振動が求められる。先づ自由振動の場合を示し次に強制振動の場合を考える。

(1) 自由振動の場合

(1.3) 式に於て $F_{(x)} = 0$ とすると変位 ξ は境界条件より

$$\xi = \sum_n \frac{\Phi_n}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)} \cdot U_n(X) e^{j\omega_n t}, \quad \dots\dots\dots (1.5)$$

の如く与えられる。但し $X = x/l$ で Φ_n は初期条件によつて決り、 α_n は

$$\cos k l \cdot \cosh k l = 1,$$

の根で振動次数 n に対し第 1.1 表の様な値となる。

第 1.1 表

α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
4.730	7.853	10.995	14.137	17.278

(3) L. Rayleigh ; Theory of sound

(4) 早坂 ; 音響振動論. (5) 鈴木 ; 電通連大予. 昭28. 5.

茲に $U_n(X)$ は

$$U_n(X) = (\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)(\cos \alpha_n X + \cosh \alpha_n X) \\ - (\cos \alpha_n + \cosh \alpha_n)(\sin \alpha_n X + \sinh \alpha_n X), \quad \dots\dots\dots (1.6)$$

で与えられる特性函数である。

ω_n は $k_n = \alpha_n/l$ と (1.4) 式より

$$\omega_n = \frac{\alpha_n^2}{l^2} R \sqrt{-\frac{E}{\rho}} = \frac{\alpha_n^2}{l^2} R \sqrt{\frac{E_1}{\rho}} \left(1 + j \frac{1}{2} \frac{E_2}{E_1}\right) \\ \equiv \omega_n + j \varepsilon_n \quad \dots\dots\dots (1.7)$$

となる。

(ii) 強制振動の場合

強性振動の場合は

$$\xi_{(X)} = \left[-\frac{A_0}{\omega^2} + \frac{A'_0}{\omega^2} \left(X - \frac{1}{2}\right) + \sum_n \frac{A_n}{\omega_n^2 - \omega^2} U_n(X) \right] e^{j\omega t}, \quad \dots\dots\dots (1.8)$$

とおき (1.8) 式に代入すれば係数 A_0, A'_0, A_n は夫々

$$\begin{cases} A_0 = \int_0^1 \frac{F(x)}{\rho} dx, \\ A'_0 = \frac{1}{12} \int_0^1 \frac{F(x)}{\rho} \left(X - \frac{1}{12}\right) dx, \\ A_n = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\int_0^1 F(x) \cdot U_n(X) dx}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2}, \end{cases} \quad \dots\dots\dots (1.9)$$

にて与えられる。例えば全駆動力 $Px_1 \cdot e^{j\omega t}$ が X_1 点に加えられた場合の強制振動の変位を求めると

$$A_0 = Px_1 / \rho l S, \\ A'_0 = \frac{1}{12} \frac{Px_1}{\rho l S} \left(X_1 - \frac{1}{12}\right), \\ A_n = \frac{Px_1}{\rho l S} \cdot \frac{U_n(X_1)}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2},$$

となり変位 $\xi_{(X)}$ は

$$\xi_{(X)} = \frac{Px_1}{\rho l S} \left[-\frac{1}{\omega^2} - \frac{12}{\omega^2} \left(X_1 - \frac{1}{2}\right) \left(X - \frac{1}{2}\right) + \sum_n \frac{j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \times \frac{U_n(X_1) \cdot U_n(X)}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2} \right] e^{j\omega t}, \quad \dots\dots\dots (1.10)$$

となる。

(iii) 機械的インピーダンスと等価回路網

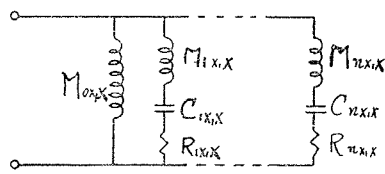
X_1 点に $Px_1 e^{j\omega t}$ なる外力を加えた時の X 点に生ずる振動速度 $V_{(X)}$ は $V_{(X)} = d\xi_{(X)}/dt$ にて与えられるから X_1 と X 間の相互機械インピーダンス $\beta_{X_1 X}$ は

$$\frac{1}{\beta_{X_1 X}} = \frac{V(X)}{Px_1 e^{j\omega t}} = \frac{1}{j\omega M_0 X_1 X} + \sum_n \frac{1}{j\omega M_n X_1 X + \frac{1}{j\omega C_n X_1 X}} \\ = \frac{1}{j\omega M_0 X_1 X} + \sum_n \frac{1}{R_n X_1 X + j\omega M_n X_1 X + \frac{1}{j\omega C_n X_1 X}}, \quad \dots\dots\dots (1.11)$$

となる。茲に

$$\begin{aligned}
M_{0X_1X} &= \sigma_{0X_1X} (\rho l S), & \sigma_{0X_1X} &= \frac{1}{1 + 12 \left(X_1 - \frac{1}{2} \right) \left(X - \frac{1}{2} \right)}, \\
M_{nX_1X} &= \sigma_{nX_1X} (\rho l S), & \sigma_{nX_1X} &= \frac{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2}{U_n(X_1) U_n(X)}, \\
\frac{1}{C_{nX_1X}} &= \omega_n^2 M_n \doteq (\omega_n^2 + j 2 \varepsilon_n \omega_n) M_{nX_1X} \\
&= \frac{1}{C_{nX_1X}} + j 2 \varepsilon_n \omega_n M_{nX_1X}, \\
R_{nX_1X} &= 2 \varepsilon_n M_{nX_1X} \doteq \frac{E_2}{E_1} \omega_n M_{nX_1X}, \\
Q &= \frac{\omega_n M_{nX_1X}}{R_{nX_1X}} = \frac{\omega_n}{2 \varepsilon_n} \doteq \frac{E_1}{E_2}, \dots \dots \dots (1.12)
\end{aligned}$$

である。即ち β_{X_1X} は第 1.2 図に示す様な単一直列共振回路の並列接続にて表される。以上は駆動力が P_{X_1} のみの場合について考えたが若し任意点 X_a , X_b 点に夫々 P_{X_a} , P_{X_b} なる駆動力が作用した場合には X_a , X_b 点の振動速度を夫々 V_{X_a} , V_{X_b} とすると



第 1.2 図

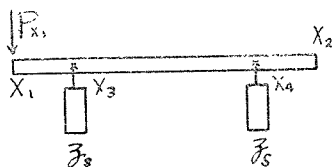
$$\begin{cases} V_{X_a} = \frac{1}{\beta_{X_a X_a}} P_{X_a} + \frac{1}{\beta_{X_a X_b}} P_{X_b} \\ V_{X_b} = \frac{1}{\beta_{X_b X_a}} P_{X_a} + \frac{1}{\beta_{X_b X_b}} P_{X_b} \end{cases} \dots \dots \dots (1.13)$$

となる。(1.13) 式は音片の機械的等価四端子網の基礎式に外ならない。

§§ 2 支持された音片振動子の駆動点インピーダンスと支持の条件

音片はその振動働作時に於て屈曲撓み振動を行うが、その際支持装置は、支持点在实际上面積を持つため、同一振動数の撓り振動を受け、更にまた支持点が節点から外れている場合には音片の屈曲振動方向で同一振動数の撓み振動を行う。猶、実際上は理論的に求められた節点も微少乍ら屈曲振動の 2 倍の周波数にて中央部に向い移動する筈であるが本章では省略し前 2 者の場合即ち支持部が音片の屈曲振動と同じ振動数にて撓み及び撓り振動を受ける場合について述べる。考察の便宜上先づ支持部が撓み負荷としてのみ働く場合を考へ、次に同支持部が撓り負荷としてのみ働く場合について考察を行い、最後に之等を重疊し支持の条件につき論ずる。

§ 2.1 撓み支持負荷のみを有する音片



第 2.1 図

第 2.1 図に示す様に X_3 , X_4 点にて支持された音片の X_1 点に駆動力 P_{X_1} が作用している場合を考え、支持インピーダンスを共に β_S とする。

以下表示を簡単にするため X_1 , X_2 , X_3 , X_4 点を夫々 1, 2, 3, 4 のサフィックスを以て表す事とする。

音片の任意点の速度を $V(x)$ とすると $V(x)$ は

$$V(x) = \frac{P_1}{\beta_{X_1 1}} - \frac{\beta_3}{\beta_{X_3 3}} V_3 - \frac{\beta_4}{\beta_{X_4 4}} V_4, \dots \dots \dots (2.1)$$

にて与えられるから同式より

$$\begin{cases} V_3 = \frac{P_1}{\partial_{3,1}} - \frac{\partial S}{\partial_{3,3}} V_3 - \frac{\partial S}{\partial_{3,4}} V_4, \\ V_4 = \frac{P_1}{\partial_{4,1}} - \frac{\partial S}{\partial_{4,3}} V_3 - \frac{\partial S}{\partial_{4,4}} V_4, \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

が得られる。(2.2)式を整理すると

$$\begin{cases} V_3 = \frac{1}{\Delta} \left\{ \left(1 + \frac{\partial S}{\partial_{4,4}} \right) \frac{1}{\partial_{3,1}} - \frac{\partial S}{\partial_{3,4} \partial_{4,1}} \right\} P_1, \\ V_4 = \frac{1}{\Delta} \left\{ \left(1 + \frac{\partial S}{\partial_{3,3}} \right) \frac{1}{\partial_{4,1}} - \frac{\partial S}{\partial_{4,3} \partial_{3,1}} \right\} P_1, \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

となる。但し

$$\Delta = \left(1 + \frac{\partial S}{\partial_{4,4}} \right) \left(1 + \frac{\partial S}{\partial_{3,3}} \right) - \frac{\partial^2 S}{\partial_{4,3}^2} \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

である。(2.3)式を(2.1)式に代入し V_1 を求めると、

$$V_1 = \frac{1}{\Delta} \left\{ \frac{\Delta}{\partial_{1,1}} - \frac{\partial S}{\partial_{1,3} \partial_{3,1}} \left(1 + \frac{\partial S}{\partial_{4,4}} \right) + \frac{\partial^2 S}{\partial_{1,3} \partial_{3,4} \partial_{4,1}} - \frac{\partial S}{\partial_{1,4} \partial_{4,1}} \left(1 + \frac{\partial S}{\partial_{3,3}} \right) + \frac{\partial^2 S}{\partial_{1,4} \partial_{4,3} \partial_{3,1}} \right\} P_1, \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

となる。若し駆動力 P_{X_1}, P_{X_2} が夫々 X_1, X_2 点に加えられた場合、 $V(x)$ は

$$V(x) = \frac{P_1}{\partial_{X,1}} + \frac{P_2}{\partial_{X,2}} - \frac{\partial S}{\partial_{X,3}} V_3 - \frac{\partial S}{\partial_{X,4}} V_4, \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

にて表されるから前同様にして $V(x)$ は

$$V(x) = y_{X,1} P_1 + y_{X,2} P_2, \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

の如く表される。茲に Y は機械的等価相互アドミッタンスである。

今支持点が音片の中央点に対して対称なる場合を考え、基本振動の近傍の周波数のみを考慮し 0 次及び 2 次以上の高次振動を無視するとその等価質量係数間には

$$\begin{cases} \sigma_{1(1,2)} = \sigma_{1(2,2)} = \sigma_{1(1,1)}, \\ \sigma_{1(3,3)} = \sigma_{1(4,4)} = \sigma_{1(3,4)}, \\ \sigma_{1(X,Y)} = \sigma_{1(Y,X)}, \\ \pm \sigma_{1(1,3)} = \pm \sigma_{1(2,4)} = \pm \sigma_{1(1,4)} = \pm \sigma_{1(2,3)} \quad [\text{符号同順, } X_0 \geq 0.22418 \text{ による}], \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

なる関係⁽⁶⁾があるから

$$\begin{cases} \partial_{1,2} \doteq \partial_{2,2} \doteq \partial_{1,1} \equiv \partial_1, \\ \partial_{3,3} \doteq \partial_{4,4} \doteq \partial_{3,4} \equiv \partial_2, \\ \partial_{1,3} \doteq \partial_{2,4} \doteq \partial_{23} \doteq \partial_{14} \equiv \partial_3, \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

とおけば (2.5) 式から

$$V_1 = \left(\frac{1}{\partial_0} + \frac{2\partial S}{\partial_3^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2\partial S}{\partial_1}} \right) P_1, \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

を得る。従つて駆動点インピーダンス ∂_i は

$$\partial_i = \frac{1}{\frac{1}{\partial_0} - \frac{2\partial S}{\partial_3^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2\partial S}{\partial_1}}}, \quad \dots\dots\dots (2.11)$$

(6) 早坂・横田；電試験，昭16，vol. 5.

となる。

(i) $(\beta_S)_{\omega=\omega_1} \neq \infty$ なる場合

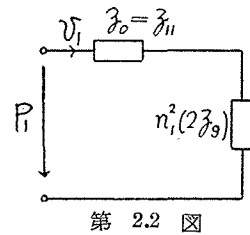
支持インピーダンスが音片の共振周波数 $\omega_1/2\pi$ に於て反共振ならざる時は、音片が節点或はその極く近傍で支持されて居るから

$$\begin{cases} |\beta_S| \ll |\beta_2| (= |\beta_{1,2}|) \\ |\beta_S| \ll |\beta_1| (= |\beta_{3,3}|) \end{cases}, \quad \dots\dots\dots (2.12)$$

なる関係が許される。従つて (2.11) 式より

$$\begin{aligned} \beta_i &= \frac{1}{\frac{1}{\beta_0} - \frac{2\beta_S}{\beta_2^2}} \doteq \beta_0 + \left(-\frac{\beta_0^2}{\beta_2^2} \right) 2\beta_S \\ &= \beta_0 + n_1^2 (2\beta_S) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2.13)$$

が得られる。即ち (2.12) 式に与えた假定を許すなら駆動点インピーダンス β_i は第 2.2 図に示す様な等価二端子網にて近似的に表す事が出来る。



第 2.2 図

(ii) また中央点駆動対称支持音片の零次振動の場合その駆動点インピーダンス β_i は

$$\beta_i = j\omega M_0 + 2\beta_S,$$

にて与えられる。但し M_0 は音片の全質量である。従つて

$\beta_S = r_S + \frac{1}{j\omega C_S}$ とすれば $Q = \omega_0 M_0 / 2r_S$, $\omega_0^2 = \frac{2}{M_0 C_S}$ となり、支持装置のスチツフネス及び抵抗のみを考える必要がある場合には零次振動に於ける共振周波数及び Q を測定すればよい事がわかる。但し之等の諸測定値はすべて零次振動に於けるものである事に注意する必要がある。

(iii) $(\beta_S)_{\omega=\omega_1} \doteq \infty$ の場合

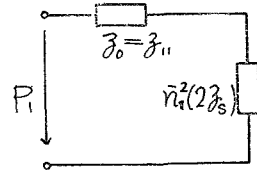
支持インピーダンス β_S が音片の共振周波数 $\omega_1/2\pi$ に於て反共振となる時は $(\beta_S)_{\omega=\omega_1} \doteq \infty$ となるから (2.12) 式の假定をそのまま使用する事は許されない。今、

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_1} \frac{\beta_S}{\beta_1} \doteq 1, \quad \dots\dots\dots (2.14)$$

と假定すれば (2.11) 式は近似的に

$$\beta_i \doteq \beta_0 + \bar{n}_1^2 (2\beta_S), \quad \dots\dots\dots (2.15)$$

となる。但し $\bar{n}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(-\frac{\beta_1}{\beta_2} \right)$ である。(2.14) 式の假定は節点の極く近傍を支持した事に起因する大きなインピーダンス $\beta_1 (= \beta_{1,2})$ が $(\beta_S)_{\omega=\omega_1}$ と同一オーダーである事に外ならない。結局、 $(\beta_S)_{\omega=\omega_1} \doteq \infty$ なる場合の駆動点インピーダンスの等価回路網は近似的に第 2.3 図の様に表される。この場合支持装置は Dynamic Absorber の様な作用を行い、悪影響を与える。但し $\beta_S \doteq \infty$ の場合を論ずるには厳密には次数 n を高次迄考へる必要がある。

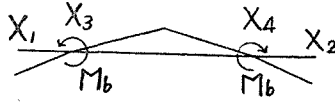


第 2.3 図

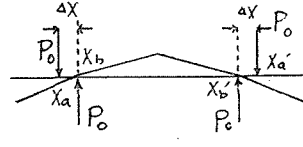
§ 2.2 振り支持負荷のみを有する音片

支持部に作用する振りモーメント M_0 の作用を、支持点を中心に微小距離 $h/2 = \Delta x/2 = l \cdot \Delta X/2$ だけ隔てた偶力 P_0 の作用と近似的に等価であると考えたと支持部の振り負荷を

等価置換して前節の問題に帰せしめる事が出来る*。即ち第 2.4 図に於て対称点 X_3, X_4 に M_b なる振りモーメントを加える事は第 2.5 図に於て適当な 2 組の偶力を同点に加える事



第 2.4 図



第 2.5 図

と等価であると考え。但しこゝでは基本振動の場合のみを対象としている。

第 2.4 図に於て振りモーメント M_b に依る音片の任意点の速度を $V_{(x)}$ とし、第 2.5 図に於て 4 駆動力 P_o による任意点の速度を $V_{(x)}$ とすると

$$\begin{cases} V_{(x)}' = 2 \mathfrak{V}_{X_3 X} M_b, & \dots\dots\dots (2.16) \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{(x)} = 2 \left(\frac{1}{\beta X_a X} - \frac{1}{\beta X_b X} \right) P_o, & \dots\dots\dots (2.17) \end{cases}$$

を得る。

茲に $\mathfrak{V}_{X_3 X}$ はこれから決定する係数である。今 $V_{(x)} \equiv V_X$ としその条件を求めると (2.16), (2.17) 両式から

$$\begin{cases} M_b \equiv P_o \cdot h (= P_o \cdot l \cdot \Delta X), & \dots\dots\dots (2.18) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathfrak{V}_{X_3 X} \equiv \frac{1}{h} \left(\frac{1}{\beta X_a X} - \frac{1}{\beta X_b X} \right), & \dots\dots\dots (2.19) \end{cases}$$

が得られるから

$$\sin \alpha_1 - \sinh \alpha_1 = H,$$

とおき ($h \rightarrow 0$) なる場合を考えると (1.11) 式及び (2.19) 式から

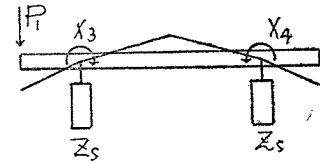
$$\begin{aligned} \mathfrak{V}_{X_3 X} &= \frac{1}{h} \frac{j\omega}{\omega_1^2 - \omega^2} \cdot \frac{U_1(X)}{H^2} \cdot [U_1(X_a) - U_1(X_b)] \\ &= \frac{j\omega}{\omega_1^2 - \omega^2} \cdot \frac{1}{l \cdot H^2} U_1(X) \cdot U_1'(X_3), \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2.20)$$

$$\text{となる。但し } U_1'(X) = \frac{dU_1(X)}{dX} \quad \dots\dots\dots (2.21)$$

である。

(2.20) 式は所求の等価変換係数である。

さて、上記の如く $\mathfrak{V}_{X_3 X}$ の表示が可能となつたから、第 2.6 図に示すような振り負荷のみを有する音片が X_1 点より駆動されている場合を考え、 $X_3(X_4)$ 点に於ける支持負荷の振り角を $\theta_s (= \theta_4)$ とし支持負荷のインピーダンスを Z_s とすれば振り負荷モーメントは $(-Z_s \dot{\theta}_s)$ と



第 2.6 図

なる。但し $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ で基本振動のみを考えている従つて $2M_b = -2Z_s \dot{\theta}_s$ となる。

第 2.6 図に於て音片の任意点の速度 $V(x)$ は

$$V(x) = \frac{1}{\beta X_1 X} P_1 + 2 \mathfrak{V}_{X_3 X} \cdot M_b, \quad \dots\dots\dots (2.22)$$

にて与えられるから駆動点の速度 V_1 は (2.20) 式より

* 後章 §86 に詳述

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{1}{\beta_{X_1 X_1}} P_1 + 2 \sum X_2 X_1 M_b \\
 &= \frac{j\omega}{\omega_1^2 - \omega^2} \frac{1}{H^2} U_1'(X_1) \left[P_1 + 2 \frac{M_b}{l} \frac{U_1'(X_2)}{U_1'(X_1)} \right] \\
 &= \frac{1}{\beta_{X_1 X_1}} (P_1 + 2 M_b n_2) \dots\dots\dots (2.23)
 \end{aligned}$$

となる。茲に $n_2 = \frac{1}{l} \frac{U_1'(X_2)}{U_1'(X_1)}$ である。 $\dots\dots\dots (2.24)$

一方 $\dot{\theta}_1$ と V_1 との間には

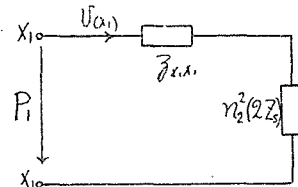
$$-\frac{\dot{\theta}_1}{V_1} = \frac{1}{l} \cdot \frac{U_1'(X_2)}{U_1'(X_1)} (=n_2)$$

なる関係があるから駆動点インピーダンス β_i は

$$\beta_i = \frac{P}{V_1} = \beta_{X_1 X_1} + n_2^2 \cdot 2Z_S \dots\dots\dots (2.25)$$

となる。以上の考察に於ては振動曲線を音片の第一次規準振動状態 ($n=1$) と考えているから Lagrange の式からも容易に (2.25) 式を求める事が出来る*

結局、振り負荷 Z_S のみを有する音片の等価回路網は第 2.7 図の様に表される。



第 2.7 図

§ 2.3 撓み及び振り支持負荷を有する場合と支持の設計条件

支持装置が撓み負荷及び振り負荷として作用する場合その入力インピーダンス β_i は (2.18), (2.26) 式より、近似的に

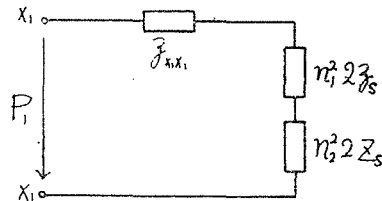
$(\beta_S)_{\omega=\omega_1} \neq \infty$ の時

$$\beta_i = \beta_{X_1 X_1} + n_1^2 \cdot 2\beta_S + n_2^2 \cdot 2Z_S, \dots\dots\dots (2.26)$$

の如く表され、その等価回路網は第 2.8 図の様に表される。但し n_1, n_2 は夫々

$$n_1 = \frac{\sigma_1(X_1 X_1)}{\sigma_1(X_1 X_2)} = \frac{U_1(X_2)}{U_1(X_1)},$$

$$n_2 = \frac{1}{l} \cdot \frac{U_1'(X_2)}{U_1'(X_1)}, \quad U_1'(X) = \frac{dU_1(X)}{dX}$$



第 2.8 図

である。

節点近傍の支持点 X_2 に対する n_1^2 及び n_2^2 の値は $l=10\text{cm}$ の場合夫々 10^{-3} 及び 10^{-1} 程度の小さな値となる (第 5.1 表参照)。

また支持の設計条件は (2.26) 式から次の如くなる。

- (i) 振り負荷 Z_S を、音片自身の固有周波数 $\omega_1/2\pi$ に於て共振させる事。
- (ii) 撓み負荷 β_S も、同様に $\omega=\omega_1$ に於て共振状態にある事がのぞましい。但し正規支持では β_S よりも寧ろ Z_S の影響が大であり、(i) (ii) の条件を同時に満足させる事は一般に困難である。
- (iii) 変成比に相当する n_1 を出来るだけ小とする事。即ち節点を正しく支持し而も出来るだけ微小面積とする事。

* 後章 §6.5 参照

- (iv) 支持部に於ける抵抗成分 r_s を少くし、出来得れば固体摩擦の部分無くする事。
 (v) δ_s 或は Z_s が $\omega = \omega_1$ に於て反共振状態とならないよう支持装置を設計する事、
 等々。

以上は音片の支持装置の設計に対する基本的な一般条件である。後章 §§3 乃至 §§5 にその詳論を示す。

§§ 3 鋼針支持音片に於ける支持の影響

前章に於て支持インピーダンス (δ_s 及び Z_s) が音片の駆動点インピーダンスに如何なる形で導入されるかを示したが、本章及び次章では夫々鋼針支持、スプリング支持の場合につき之等の支持インピーダンスの等価回路網を示し、之が音片の共振周波数その他に及ぼす諸影響について述べる。

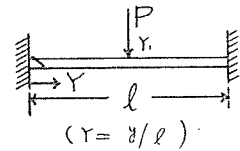
§ 3.1 撓み負荷の影響⁽⁴⁾

鋼針支持は第 3.1 図に示すような両端固定棒の場合に相当するから、その撓みインピーダンス δ_s は

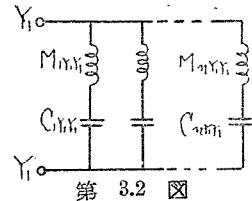
$$\frac{1}{\delta_s} = \sum_n \frac{1}{j\omega M_{nY_1Y_1} + \frac{1}{j\omega C_{nY_1Y_1}}} , \quad \dots\dots (3.1)$$

にて与えられその等価回路網は第 3.2 図にて表される。但し

$$\begin{aligned} M_{nY_1Y_1} &= \sigma_{nY_1Y_1} M_0 , \\ C_{nY_1Y_1} &= \frac{1}{\omega_n^2 M_{nY_1Y_1}} , \\ M_0 &= \rho l S , \\ \sigma_{nY_1Y_1} &= \frac{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2}{U_n(Y_1) \cdot U_n(Y_1)} , \\ \omega_n &= \frac{\alpha_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}} , \end{aligned} \quad \dots\dots (3.2)$$



第 3.1 図



第 3.2 図

であり、特性函数 $U_n(Y)$ は

$$\begin{aligned} U_n(Y) &= (\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)(\cos \alpha_n Y - \cosh \alpha_n Y) \\ &\quad - (\cos \alpha_n - \cosh \alpha_n)(\sin \alpha_n Y - \sinh \alpha_n Y) \end{aligned} \quad \dots\dots (3.3)$$

である。また α_n は

$$1 - \cos \alpha \cdot \cosh \alpha = 0 ,$$

の根で $\alpha_1 = 4.730$, $\alpha_2 = 7.853$, $\alpha_3 = 10.996$ で駆動点 Y_1 が中央点で共振の時はその奇数次のみとなる。一方この場合の反共振周波数は

$$\omega'_n = \frac{\alpha_n'^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}} , \quad \dots\dots (3.4)$$

にて与えられ、 α_n' は上記の α_n の偶数次のみとなる。

次に実際の支持鋼針の場合を例にとり支持の共振、反共振及びその諸影響について述べる。今、直径を $d(\text{cm}\phi)$ 、長さ $l(\text{cm})$ なる鋼針を考えそのヤング率を $E(\text{dyne/cm}^2)$ 、慣性性能率を $I(\text{cm}^4)$ 、断面積を $S(\text{cm}^2)$ 、密度を $\rho(\text{gr/cm}^3)$ とすると、 $E = 2.1 \times 10^{12}$, $I = (\pi/64)d^4$, $S = (\pi/4)d^2$, $\rho = 7.8$ となるから、支持鋼針の共振周波数 f_n は

$$f_1 \doteq 4.61 \times 10^5 \times \frac{d}{l^2} \text{ 々 ,}$$

$$f_3 \doteq 25 \times 10^5 \times \frac{d}{l^2} \text{ 々 ,} \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

となる。第3.3図実線は $d=0.1(\text{cm}\phi)$ とした場合の支持針長に対する共振周波数を示す。またその反共振周波数 f_n' は

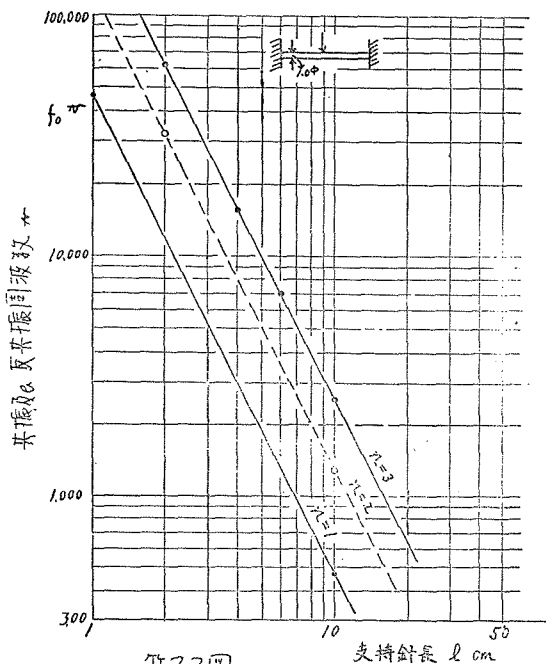
$$f_2' = 12.7 \times 10^5 \times \frac{d}{l^2} \text{ 々 ,}$$

$$f_4' = 41.25 \times 10^5 \times \frac{d}{l^2} \text{ 々 ,} \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

第 3. 1 表

支持針長 l cm	1	2	4	6	10
共振周波数 f_1 (kc)	46.1	11.53	2.88	1.28	0.461
反共振, f_2 (kc)	127	31.8	7.94	3.53	1.27
共振, f_3 (kc)	250	62.5	15.62	6.95	2.5

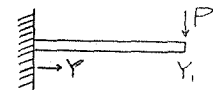
となり第 3.3 図鎖線の様な値となる (3.1表参照)。



第3.3図

前述した様に支持の影響を少なくするには、働作角周波数 ω_1 に於て $(\delta_s)_{\omega=\omega_1} = 0$ (共振) となすべきであるから同図より撓み負荷に対する最適の支持針長が決定される。また同図鎖線で示すような反共振となる支持針長とすれば支持の影響が大となる。実際に使用する支持針は略々 2~5cm 程度であるから 1000々~2000々程度或はそれ以下の音片に対しては、支持針の影響は常に容量的に作用し、見掛の共振周波数を常に上昇させる傾向となる。また 5kc~10kc 以上では同図に見られるように容量的な影響から誘導的な影響に推移し、或場合には反共振となる事もある。但し之等の諸影響は正規支持に於て撓り負荷 Z_s の影響程大きくは作用しない。

次に第 3.4 図の如く片持支持を行つた場合につき考える。但し厳密には支持鋼針の振動姿態は片持棒のそれとは同じではない。その撓みインピーダンス δ_s は前同様にして



第 3.4 図

$$\frac{1}{\bar{z}_s} = \sum_n \frac{1}{j\omega M_{nY_1Y_1} + \frac{1}{j\omega C_{nY_1Y_1}}} , \quad \dots \dots \dots (3.7)$$

にて与えられ定数 $M_{nY_1Y_1}$, $C_{nY_1Y_1}$ の値は前述の両端固定の場合と異なるが第3.2図と全く同型の等価回路網にて表される。茲に、

$$\begin{aligned} M_n &= \sigma_{nY_1Y_1} M_0 , & M_0 &= \rho l S , \\ C_n &= 1/\omega_n^2 M_n , \\ \sigma_{nY_1Y_1} &= \frac{(\sin \alpha_n + \sinh \alpha_n)^2}{U_n(Y_1) \cdot U_n(Y_1)} , \\ \omega_n &= \frac{\alpha_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}} , \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (3.8)$$

で、この時の特性函数 $U_n(Y)$ は

$$\begin{aligned} U_n(Y) &= (\sin \alpha_n + \sinh \alpha_n)(\cos \alpha_n Y - \cosh \alpha_n Y) \\ &\quad - (\cos \alpha_n + \cosh \alpha_n)(\sin \alpha_n Y - \sinh \alpha_n Y) , \end{aligned}$$

である。また α_n は

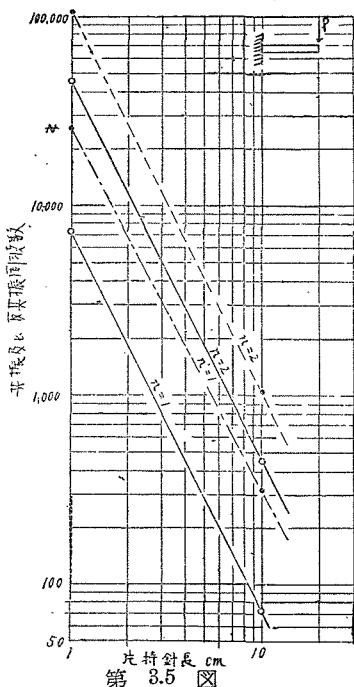
$$\cos k l \cdot \cosh k l + 1 = 0 ,$$

の根で $\alpha_1 = 1.871$, $\alpha_2 = 4.6941$, $\alpha_3 = 7.8548 \dots \dots$ で与えられる。一方反共振周波数は

$$\omega'_n = \frac{\alpha_n'^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}} , \quad \dots \dots \dots (3.9)$$

にて与えられ、 $\alpha'_1 = 3.927$, $\alpha'_2 = 7.069$, $\alpha'_3 = 10.210 \dots \dots$ となる。之を前同様の実例について表せば

$$\begin{aligned} f_1 &= 0.721 \times 10^5 \times \frac{d}{l^2} \text{ ㄫ} , & f_2 &= 4.54 \times 10^5 \times \frac{d}{l^2} \text{ ㄫ} \dots \dots \dots (\text{共 振}) , \\ f'_1 &= 3.18 \times 10^5 \times \frac{d}{l^2} \text{ ㄫ} , & f'_2 &= 10.29 \times 10^5 \times \frac{d}{l^2} \text{ ㄫ} \dots \dots \dots (\text{反共振}) , \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (3.10)$$

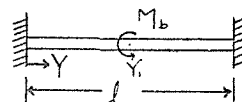


第 3.5 図

となる。第 3.5 図は $d=0.1\text{cm}\phi$ なる場合の支持針長に対する共振、反共振の周波数を示す。即ち 2~5cm 長程度の片持針を使用すれば 1~2kc 以上の周波数に於て、支持の影響は容量的或は誘導的に作用し或場合には反共振状態とさえる事がある。同図より片持針の最適長さを決定し得る。但し前言した如く支持鋼針の振動状態は片持棒のそれと全く一致しないから上述の理論結果は厳密には正しいと言われない。

§ 3.2 振り負荷 Z_s の影響

鋼針支持の振りインピーダンス Z_s は第 3.6 図に示す両端固定棒の Y_1 点に於ける駆動インピーダンスで表される。即ち



第 3.6 図

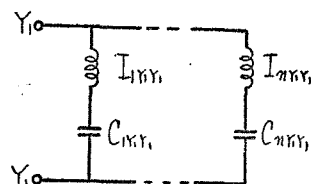
$$\frac{1}{Z_s} = \sum_n \frac{1}{j\omega I_{nY_1Y_1} + \frac{1}{j\omega C_{nY_1Y_1}}} , \quad \dots \dots (3.11)$$

となりその等価回路網は第 3.7 図の様になる。

但し $J_P = \frac{1}{2} \pi r^4 \rho$, (極慣性能率)

$K = \frac{1}{2} \pi r^4 G$, (振りの剛さ)

$$\sqrt{\frac{K}{J_P}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \dots\dots\dots (3.12)$$



第 3.7 図

で, Y_1 点が中央点なる時は

$$I_{nY_1Y_1} = \frac{1}{2 \cdot \sin \alpha_n Y_1 \cdot \sin \alpha_n Y_1} (J_P \cdot l) = \frac{1}{2} J_P \cdot l$$

$$\frac{1}{C_{nY_1Y_1}} = \omega_n^2 I_{nY_1Y_1} = \frac{\omega_n^2}{2} \cdot \frac{K}{l} \cdot \frac{1}{\sin \alpha_n Y_1 \sin \alpha_n Y_1} = 4.93 \frac{K}{l} \quad \dots\dots\dots (3.13)$$

となり, α_n は $\sin \alpha = 0$ の根で $\alpha_n = n \cdot \pi$, ($n=1, 2, 3 \dots$) にて与えられる。従つて共振及び反共振周波数は夫々

$$f_n = \frac{(2n-1)}{2l} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad ,$$

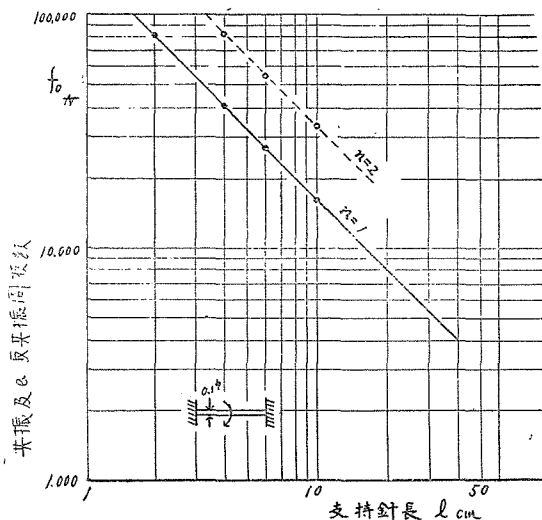
(共振周波数),

$$f'_n = \frac{2n}{2l} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad ,$$

(反共振周波数),.....(3.14)

となる。

即ち 0.1cmφ の鋼針に対しては, $G=0.82 \times 10^{12}$ dyne/cm² として, 共振及び反共振周波数は第 3.2 表及び第 3.8 図の如くなる。実際に使用する支持針長は 2~5cm 程度であるから 20kc 以下の固有周波数の音片に対しては常に容量的に影響し, 見掛の共振周波数を増加させる。



第 3.8 図

第 3.2 表

支持針長 l cm	1	2	4	6	10	備 考
共 振, f_1 (kc)	162	81	41	27	16.2	$G = 0.82 \times 10^{12}$
同 f'_1	155	77.5	38.8	25.8	15.5	$G = 0.75 \times 10^{12}$

次に支持が第 3.9 図に示す様な片持針振りインピーダンスとして作用する場合を考える。その駆動点インピーダンスは前と同様にして

$$\frac{1}{Z_S} = \sum_n \frac{1}{j\omega I_{nY_1Y_1} + \frac{1}{j\omega C_{nY_1Y_1}}} \quad , \quad \dots\dots\dots (3.15)$$



第 3.9 図

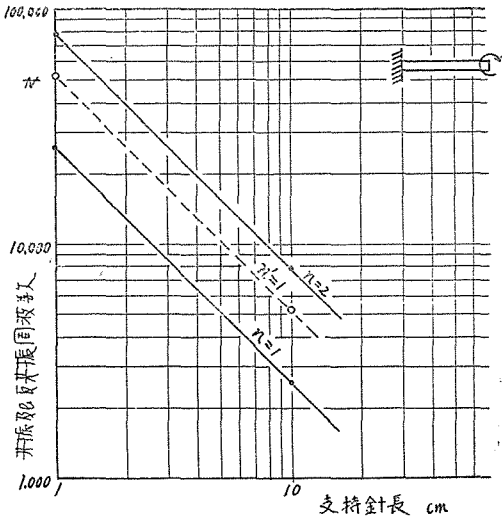
にて与えられ, 第 3.7 図と全く同型の等価回路網にて表される。但し Y_1 点が自由端なる時は

$$I_{nY_1Y_1} = -\frac{1}{2 \sin \alpha_n Y_1 \sin \alpha_n Y_1} J_P \cdot l = -\frac{1}{2} J_P \cdot l, \\ \frac{1}{C_{nY_1Y_1}} = \frac{\alpha_n^2}{2} \frac{K}{l} \frac{1}{\sin \alpha_n Y_1 \sin \alpha_n Y_1} = 1.233 \frac{K}{l}, \quad \dots\dots\dots (3.16)$$

となり、 α_n は $\cos \alpha = 0$ の根で $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$, $\alpha_2 = \frac{3}{2}\pi \dots\dots \frac{(2n-1)}{2}\pi$, となる。また特性函数 $U_n(Y)$ は

$$U_n(Y) = \sin \alpha_n Y, \\ \text{である。従つて共振及び反共振周波数は} \\ f_n = \frac{2n-1}{4l} \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (\text{共振}), \\ f'_n = \frac{2n}{4l} \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (\text{反共振}), \quad \dots\dots\dots (3.17)$$

となり、支持針の長さに対するこれらの値は第 3.10 図に示す如くなる。即ち支持針長を 2~5cm とすれば 15kc 以下では常に支持の影響は容量的に表れる事となる。



第 3.10 図

§§ 4 スプリング支持型音片に於ける支持の影響

蔓巻スプリングはその振動時に於て一般に撓みと振りとが連成するから振動の解は複雑となる⁽⁷⁾。本章では密着ばねのみに限定し、而も撓み振動を一種の弦振動に類推し、振り振動を単なる密着蔓巻ばねの振り振動として考察を行う。

§ 4.1 撓み負荷 δ_s の影響

支持スプリングは撓み負荷のみを対象として考える時第 4.1 図に示すような両端固定の等価弦にて置換して取扱う事が許されるものとする。但し張力を T とし、等価線密度を ρ_e とする。今等価弦の Y_1 点に駆動力 $P_1 e^{j\omega t}$ が作用しているものとすれば運動の方程式は

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} + \frac{P_1}{\rho_e} e^{j\omega t}, \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

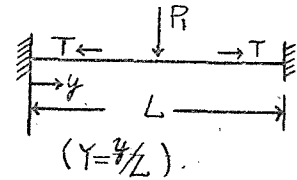
にて表される。

茲に c は伝播速度で

$$c = \sqrt{\frac{T}{\rho_e}}, \quad \text{である。} \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

従つて駆動点 Y_1 に於ける入力インピーダンス δ_i は

$$\frac{1}{\delta_i} = \sum_n \frac{1}{j\omega M_{nY_1Y_1}} + \frac{1}{j\omega C_{nY_1Y_1}}, \quad \dots\dots\dots (4.3)$$



第 4.1 図

(7) 吉村慶丸(外)；東大理工研報告, vol 6, NO. 1, NO. 6, 1952

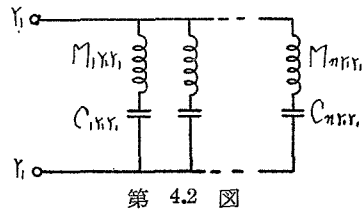
となり、第4.2図に示す様な等価回路網にて表される。

但し

$$M_{nY_1Y_1} = \sigma_{nY_1Y_1} \cdot M_0 ,$$

$$\frac{1}{C_{nY_1Y_1}} = \omega_n^2 M_{nY_1Y_1} ,$$

$$\sigma_{nY_1Y_1} = \frac{1}{2 \sin \alpha_n Y_1 \sin \alpha_n Y_1} , \dots\dots\dots (4.4)$$



第 4.2 図

であり、 α_n は $\sin \alpha = 0$ の根で $\alpha_n = n\pi$ ($n=1, 2, \dots$) となる。

共振及び反共振周波数は、中央点駆動の時

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho_e}} , \quad f_3 = \frac{3}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho_e}} \quad \dots\dots (\text{共 振}) \quad \dots\dots (4.5)$$

$$f_2 = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{T}{\rho_e}} , \quad f_4 = \frac{2}{L} \sqrt{\frac{T}{\rho_e}} \quad \dots\dots (\text{反共振}) \quad \dots\dots (4.6)$$

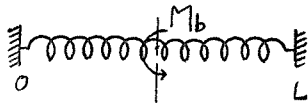
となる。

弦支持の場合も (4.5) 乃至 (4.6) 式を用い共振、反共振を論ずる事が出来る。

§ 4.2 振り負荷 Z_s の影響

支持スプリングの振りインピーダンス Z_s は第4.3図に示すような両端固定スプリングの

Y_1 点に於ける駆動インピーダンスで表される。以下、密着菱巻スプリングの場合のみを考える事とし、その張力は振り振動数に影響を与えないものと仮定する。



第 4.3 図

振りモーメント M_b がスプリングに作用した時の振り角を $\Delta\varphi$ あるいは振れの撓みを $\Delta\delta$ とすればスプリングの長さ Δl について

$$\begin{aligned} \Delta\delta &= M_b \cdot \Delta l \cdot R \left\{ \frac{\cos^2 \alpha}{EI} + \frac{\sin^2 \alpha}{GI_p} \right\} \\ &\doteq M_b \cdot \Delta l \cdot R \cdot \frac{1}{EI} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

$$\text{或は} \quad \Delta\varphi \doteq M_b \cdot \frac{\Delta l}{EI}$$

なる関係式を得る⁽⁸⁾。茲に α はピッチ角で、 R はスプリング・コイルの半径であり、慣性モーメント I はスプリングの線径を d とすると $I = \pi d^4/64$ にて与えられる。

従つて振り振動の方程式は、単位体積当りの質量を ρ_0 とし、スプリング線の断面積を $S (= \frac{\pi}{4} d^2)$ とすると

$$(R^2 \rho_0 S) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = EI \frac{\partial^2 \varphi}{\partial l^2} + M_b , \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

にて与えられる。上式を書換へ

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial l^2} + \frac{M_b}{R^2 \rho_0 S} , \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

を得る。

$$\text{但し} \quad c = \sqrt{\frac{EI}{R^2 \rho_0 S}} = \frac{d}{4R} \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} \quad \text{である。} \quad \dots\dots\dots (4.10)$$

若し φ が ω なる角周波数の振動を行うものとすれば (4.9) 式は

(8) 例へば湯浅；材料力学；機械学会

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + k^2\right)\varphi = -\frac{M_b}{J} \quad \dots\dots\dots (4.11)$$

となる。但し
$$\begin{cases} k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} , \\ J = R^2 \rho S , \end{cases} \quad \text{である。} \quad \dots\dots\dots (4.12)$$

境界条件は両端固定即ち $l=0$ 及び $l=l_0$ で $\varphi=0$ にて与えられるから、この時の自由振動の角変位 φ は (4.11), (4.12) 式から

$$\varphi = \sum_n \Phi_n \cdot \sin \alpha_n Y \cdot e^{j\omega_n t} \quad \dots\dots\dots (4.13)$$

となる。

但し $Y = l/l_0$ で、 Φ_n は初期条件に依つて決る定数であり、 α_n は $\sin \alpha = 0$ の根で $\alpha_1 = \pi, \alpha_2 = 2\pi, \dots\dots$ となる。また自由振動の角周波数 ω_n は

$$\omega_n = \frac{\alpha_n}{l_0} c , \quad \dots\dots\dots (4.14)$$

にて与えられる。

強制振動の角変位は (4.11) 式より

$$\varphi = \frac{1}{J} \sum_n \frac{A_n}{\omega_n^2 - \omega^2} \sin \alpha_n Y \cdot e^{j\omega t} \quad \dots\dots\dots (4.15)$$

の如く与えられる。茲に A_n は

$$A_n = 2 \int_0^1 M \cdot \sin \alpha_n Y \cdot dY$$

で、中央点駆動の時 ($Y=Y_1$),

$$A_n = \frac{2M}{l_0} \sin \alpha_n Y_1$$

となる。従つてその角変位は

$$\varphi = \frac{2M}{J l_0} \sum_n \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2} \sin \alpha_n Y_1 \cdot \sin \alpha_n Y e^{j\omega t} \quad \dots\dots\dots (4.16)$$

となる。駆動点インピーダンス Z_S は $Z_S = M_b/j\omega\varphi$ として、

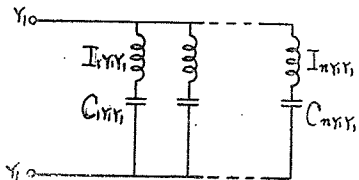
$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_S} &= \frac{2}{J l_0} \sum_n \frac{j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \sin \alpha_n Y_1 \cdot \sin \alpha_n Y_1 \\ &= \sum_n \frac{1}{j\omega I_n + \frac{1}{j\omega C_n}} , \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4.17)$$

の如く求められる。

$$I_n = \frac{1}{2 \sin \alpha_n Y_1 \cdot \sin \alpha_n Y_1} (J l_0) = \frac{1}{2} J l_0 ,$$

$$1/C_n = \omega_n^2 I_n = \frac{\alpha_n^2}{2} \frac{c}{l_0} , \quad \text{である。} \quad \dots\dots\dots (4.18)$$

(4.17)式より入力インピーダンス Z_S は第 4.4 図のよう



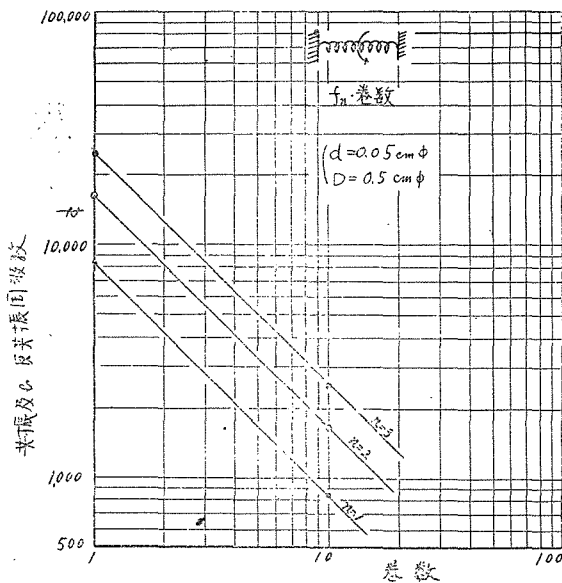
第 4.4 図

うに表される。また共振及び反共振周波数は夫々

$$f_1 = \frac{d}{4\pi D^2 N} \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} , \quad f_3 = \frac{3d}{4\pi D^2 N} \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} , \quad \dots\dots (\text{共 振}),$$

$$f_2 = \frac{d}{2\pi D^2 N} \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} , \quad f_4 = \frac{d}{\pi D^2 N} \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} , \quad \dots\dots (\text{反共振}),$$

となる。



第 4.5 図

動迄考慮する必要がある。

(2.26) 式に示した様に音片の駆動点インピーダンス \hat{z}_i は近似的に

$$\hat{z}_i = \beta x_1 x_1 + n_1^2 (2\beta_s) + n_2^2 (2Z_s) \quad \dots\dots\dots (5.1)$$

にて表される。茲に n_1^2 , n_2^2 は対称支持, 基本振動のみ考慮と云う初めの条件から, 夫々

$$n_1^2 = \left(\frac{\beta x_1 x_1}{\beta x_1 x_3} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_1(x_1 x_1)}{\sigma_1(x_1 x_3)} \right)^2 = \left(\frac{U_1(X_1)}{U_1(X_3)} \right)^2 = \left(\frac{U_1(X_1)}{U_1(X_3)} \right)^2 \geq 0, \\ n_2 = \frac{1}{l} \frac{U_1(X_2)}{U_1(X_1)}, \quad U'(X) = \frac{dU_1(X)}{dX}, \quad \dots\dots\dots (5.2)$$

の如く与えられる。

$X_1 = 0$ とし, 支持点 X_2 , X_3 が夫々対称関係を保ちつつ節点より内・外に移動した場合の n_1^2 及び n_2^2 の値を算出すると第5.1表の如くなる。

第 5.1 表

A

X_3	$U_1(X_3)$	n_1^2	n_2
		$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$
0.21	-6.3	3.054	5.54
0.215	-4.0	1.23	3.5
0.22	-1.7	0.223	1.49
0.22418	0.0	0	0
0.23	+2.6	0.520	2.28
0.235	+4.8	1.847	4.21
0.24	+6.99	3.769	6.14
備考	$U_1(X_1) = -114.0$		

B

X_3	n_2^2	n^2
0.175	18.40×10^{-2}	4.29×10^{-1}
0.2	17.06	4.13
0.224	15.52	3.94
0.25	13.84	3.72
0.3	11.224	3.32
備考	$n_2 = \frac{1}{l} U_1(X_3)/U_1(X),$ $l = 10 \text{ cm}$	

さて, (5.1) 式に於て

$d=0.05 \text{ cm}\phi$, $D=0.5 \text{ cm}\phi$ とし巻数 N を変数とした場合の共振及び反共振周波数を第 4.5 図に示す。

§5 支持点が節点より少しく離れた場合に於ける支持の影響

本章では前章 §2 に於て論じた支持音片の等価回路網に基づき支持点が節点より少しく離れて支持された場合に於ける支持の影響につき考察する。基本振動の近傍の周波数のみを考え零次及び高次の振動を無視し, 更に支持点が節点より少しく離れてゐるため支持装置は撓み負荷及び振り負荷として作用するものと考え。但し厳密に論ずる場合は高次振

$$\partial x_1 x_1 \doteq j\omega M_{1(11)} + \frac{1}{j\omega C_{1(11)}} = j \frac{1}{\omega C_{1(11)}} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right), \quad \dots\dots\dots (5.3)$$

とおき更に

$$\begin{aligned} \partial_S &= j x_S, & Z_S &= j X_S, \\ \omega &= \omega_1(1+p) = \omega_1 + \Delta\omega, & p &= \Delta\omega/\omega_1, \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5.4)$$

とおけば (5.3) 式は近似的に

$$\partial x_1 x_1 \doteq j \frac{2p}{\omega_1 C_{1(11)}},$$

となるから (5.1) 式は

$$\partial_i \doteq j \left[\frac{2p}{\omega_1 C_{1(11)}} + n_1^2 2x_S + n_2^2 2X_S \right], \quad \dots\dots\dots (5.5)$$

の如く表される。即ち周波数変動率 p は

$$p = - \frac{1}{\omega_1 M_{1(11)}} \left[n_1^2 x_S + n_2^2 X_S \right], \quad \dots\dots\dots (5.6)$$

となる。(5.6) 式は支持音片の見掛の共振周波数の変動率を与える。即ち音片を支持する事に依り見掛の共振周波数が理想音片の共振周波数より変動する割合を示す。(5.6) 式より次の如き結論が得られる。

(i) $(x_S)_{\omega=\omega_1} = (X_S)_{\omega=\omega_1} = 0$ なる時 $p = 0$

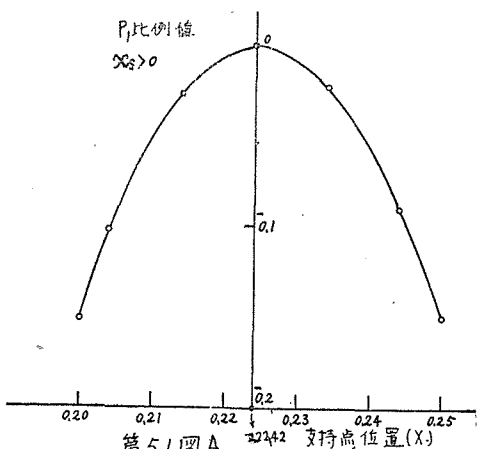
即ち撓み及び振りインピーダンスが音片の共振周波数に於て共に零(共振)となる時、支持に依る見掛の共振周波数の変動は表れない。

(ii) $(x_S)_{\omega=\omega_1} > 0, (X_S)_{\omega=\omega_1} > 0$ の時, $p < 0$,

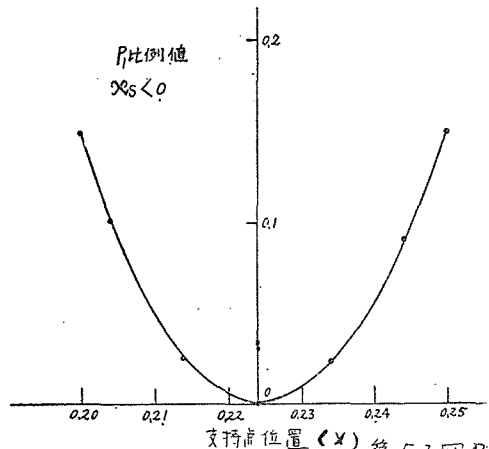
即ち撓み及び振りインピーダンスが共に $\omega = \omega_1$ に於て誘導的なる時、見掛の共振周波数の変動率は常に負となり支持に依る影響はその共振周波数を低下せしめる。またその影響量は支持点が節点より離れる程大となる。

(iii) $(x_S)_{\omega=\omega_1} < 0, (X_S)_{\omega=\omega_1} < 0$ の時, $p > 0$,

即ち撓み及び振りインピーダンスが共に $\omega = \omega_1$ に於て容量的なる時、見掛の共振周波数の変動率は常に正となり支持による影響はその共振周波数を増加させ特に x_S の影響量は支持点が節点より離れる程大となる。



第 5.1 図 A



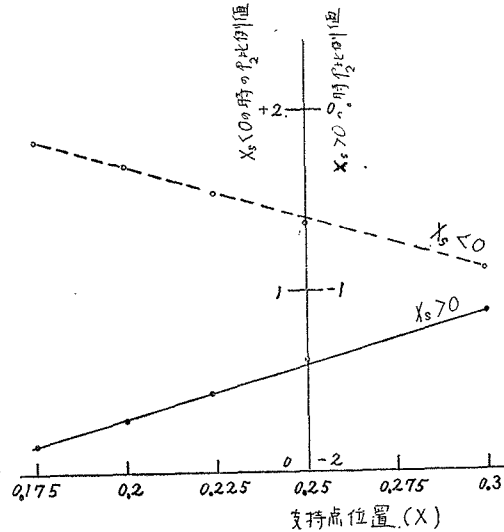
第 5.1 図 B

(iv) $(x_s)_{\omega=\omega_1} > 0$, $(X_s)_{\omega=\omega_1} < 0$,
及び $(x_s)_{\omega=\omega_1} < 0$, $(X_s)_{\omega=\omega_1} > 0$ なる時
は $[n_1^2(x_s) + n_2^2(X_s)] \geq 0$ に依り夫々
 $p \leq 0$ となる。第5.1図及び第5.2図は夫々

$$p_1 = -\frac{1}{\omega_1 M_{1(11)}} n_1^2 x_s,$$

$$p_2 = -\frac{1}{\omega_1 M_{1(11)}} n_2^2 X_s,$$

とした場合に於ける或 x_s 及び或 X_s の値
に対する共振周波数の変動率の比例値を
示す。従つて実際上の変動率 p は x_s 及
び X_s の符号をも考慮して $p = p_1 + p_2$ に
て与えられる。



第 5.2 図

若し支持インピーダンスが純リアクタンスでなく微少の損失抵抗を有する場合にも(5.1)
式が近似的に成立するものとすれば

$$\delta_s = r_s + j x_s,$$

$$Z_s = R_s + j X_s,$$

とおく事により (5.5) 式は

$$\delta_i \doteq R_{1(11)} + n_1^2 2r_s + n_2^2 2R_s + j \left(\frac{2p}{\omega_0 C_{1(11)}} + n_1^2 2x_s + n_2^2 2X_s \right),$$

の如くなるから共振時に於ける等価抵抗及び Q は夫々

$$(\delta_i)_{\text{共振}} = R_{1(11)} + n_1^2 2r_s + n_2^2 2R_s,$$

$$Q \propto 1/(R_{1(11)} + n_1^2 2r_s + n_2^2 2R_s),$$

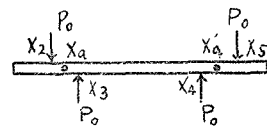
となる。而して δ_s 及び Z_s の等価回路網が反共振状態に近づくとそのその実数部分は 非
常に大きな値となるからその影響は大となる。

§§ 6 支持音片の振動に対する一考察⁽⁹⁾

本章では音片の支持装置の振り負荷の影響を導入するため曲げモーメントの等価置換法
を用い対称支持音片の振動を解析し振り負荷の影響を明瞭ならしめる。茲に曲げモーメ
ントの等価置換法とは『音片の任意点 X_a に曲げモーメント M_b を加える事は $P_0 \delta = M_b$ な
る一組の偶力を X_a 点を中心とする長軸方向の微少距離 δ に加える事と等価である』と
考え置換する方法である。之は $\lim_{\delta \rightarrow 0} P_0 \delta = M_b$ (有限定値) の成立する限り許されるも
のと考えられる。

§ 6.1 印加曲げモーメント等価置換

第6.1図に示すように音片の中央点に対し夫々対称なる X_2 ,
 X_3 点及び X_4 , X_5 点に大き等しく符号反対なる力 P_0 を作用
させた場合を考え, その振動速度を $V(x)$ とすると 0 次及び



第 6.1 図

(9) 永井・近野; 電気三学会連合支部講演会論文 昭29. 10

偶数次の高次振動は抑制されるから $1/3x_2x = yx_2x$ とおき

$$V(x) = (yx_2x - yx_3x + yx_4x - yx_5x) P_0, \quad \dots\dots\dots (6.1)$$

或は
$$V(x) = \sum_{n=1,3,\dots} \frac{j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \frac{1}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2} U_n(X) \cdot (U_n(X_2) - U_n(X_3)) \frac{2P_0}{\rho l S}, \quad \dots\dots\dots (6.2)$$

なる関係式を得る。

$$\text{今 } X_3 - X_2 = X_5 - X_4 = \Delta X = \Delta x / l, \quad \dots\dots\dots$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} P_0 \Delta x = M_b, \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} P_0 \Delta X = M_b / l, \quad \dots\dots\dots (6.3)$$

とおき (6.2) 式を書換えると

$$V(x) = \frac{1}{\rho l S} \sum_{n=1,3,\dots} \frac{j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \frac{1}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2} \cdot U_n(X) \cdot \frac{U_n(X_2) - U_n(X_3)}{\Delta X} \cdot 2P_0 \Delta X, \quad \dots\dots\dots (6.4)$$

の如くなるから $X_a = (X_2 + X_3) / 2$ として $\Delta X \rightarrow 0$ となる場合を考えると (6.4) 式は

$$V(x) = \frac{1}{\rho l S} \sum_{n=1,3,\dots} \frac{j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \frac{1}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2} U_n(X) \cdot U'_n(X_a) \frac{2M_b}{l}, \quad \dots\dots\dots (6.5)$$

となる。茲に $U'_n(X) = dU_n(X) / dX$

である。(6.5) 式は音片の任意対称点 X_a , X_b に曲げモーメント M_b を印加した場合の振動速度 $V(X)$ を与えている事に外ならない。

$$\text{今この関係を } V(x) = \mathfrak{V}_n x_a x \cdot 2M_b \quad \dots\dots\dots (6.7)$$

とおけば $\mathfrak{V}_n x_a x$ は (6.5) 式より

$$\mathfrak{V}_n x_a x = \frac{1}{\rho l S} \sum_{n=1,3,\dots} \frac{j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \frac{1}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2} U_n(X) \cdot U'_n(X_a) \quad \dots\dots\dots (6.8)$$

$$\text{の如くなる。而して } \mathfrak{V}_n' x_a x = \frac{1}{l} \frac{d\mathfrak{V}_n x_a x}{dX}$$

とおけば (6.7) 式より微小振巾なる限り

$$\dot{\theta}(x_a) \doteq \frac{1}{l} \frac{dV(x)}{dX} = \mathfrak{V}_n' x_a x \cdot 2M_b \quad \dots\dots\dots (6.9)$$

となる。即ち $\mathfrak{V}_n' x_a x$ は曲げモーメントに対するインピーダンスに相当する。

以上要するに、本節では印加モーメントを一対の偶力で等価置換する事に依り (6.7) 式に於ける係数 $\mathfrak{V}_n x_a x$ が (6.8) 式の如く表示出来る事を示した。茲に (6.3) 式乃至 (6.5) 式に於ける置換は一般に許されるものと考えられる。

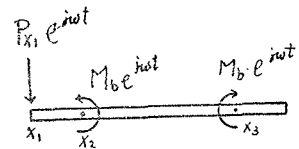
§ 6.2 駆動力及び駆動モーメントを受ける音片の振動

第 6.2 図に示す様に X_1 点に駆動力 $Px_1 e^{j\omega t}$ を加え更に任意対称 2 点 X_2 , X_3 に駆動曲げモーメント $M_b e^{j\omega t}$ を受ける音片を考える。振動速度 $V(x)$ は

$$V(x) = yx_1x Px_1 + \mathfrak{V}_n x_2x \cdot 2M_b \quad \dots\dots\dots (6.10)$$

にて与えられる。上式はまた

$$V(X) = \frac{Px_1}{j\omega(\rho l S)} \left(1 + 12(X_1 - \frac{1}{2})(X - \frac{1}{2}) \right) + \frac{Px_1}{\rho l S} \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \frac{U_n(X_1)U_n(X)}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2} + \frac{2M_b}{\rho l^2 S} \sum_{n=1,3,\dots} \frac{j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \frac{U_n(X) \cdot U'_n(X_2)}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2}, \quad \dots\dots\dots (6.11)$$



第 6.2 図

或は

$$V(x) = \frac{Px_1}{j\omega M_0 x_1 x} + \sum_{n=1,2,3,\dots} \left(\frac{Px_1}{j\omega M_n x_1 x} + \frac{1}{j\omega C_n x_1 x} \right) + \sum_{n=1,3,\dots} \left(\frac{j\omega M_n x_2 x}{j\omega C_n x_2 x} + \frac{1}{j\omega C_n x_2 x} \right), \quad (6.12)$$

の如く表される。

(6.12) 式の第1項は両端自由棒を考えているため導入されるが両端支持或は固定棒に於てはこの第1項(零次項)は表れない。今、近似的に(6.12)式の第1項が他項に比し省略出来るものと仮定し更に偶数次の振動は抑制されるものと仮定すると(6.11)式及び(6.12)式は夫々

$$V(x) = \frac{1}{\rho S} \sum_{n=1,3,\dots} \frac{j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \frac{1}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2} U_n(X) U_n(X_1) \left\{ Px_1 + \frac{2M_b}{l} \cdot \frac{U'_n(X_2)}{U_n(X_1)} \right\}, \quad (6.13)$$

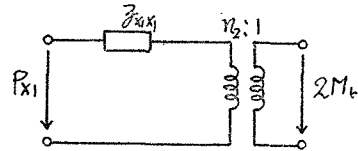
$$V(x) = \sum_{n=1,3,\dots} \left(\frac{Px_1}{j\omega M_n x_1 x} + \frac{1}{j\omega C_n x_1 x} \right) + \sum_{n=1,3,\dots} \left(\frac{j\omega M_n x_2 x}{j\omega C_n x_2 x} + \frac{1}{j\omega C_n x_2 x} \right), \quad (6.14)$$

となる。従つて今

$$n_2 = \frac{1}{l} \frac{U'_n(X_2)}{U_n(X_1)}, \quad (6.15)$$

$$\text{とおけば(6.14)式は } V(x) = y_n x_1 x (Px_1 + 2M_b \cdot n_2), \quad (6.16)$$

の如くなり、第6.3図の如き等価回路網にて表される。



第 6.3 図

§ 6.3 支持部に振り負荷の撓みをもつ音片の振動

今、対称2点に加えられた同一振り負荷を Z_S とし角速度を $\dot{\theta}(x)$ とする。(6.16)式に於て印加モーメント M_b を反起振モーメント $-Z_S \cdot \dot{\theta}(x_2)$ とおけば対称等負荷の時

$$V(x) = y_n x_1 x Px_1 - 2 y_n x_2 x \cdot Z_S \cdot \dot{\theta}(x_2) \times 2, \quad (6.17)$$

の如く表される。

$V(x)$ が微小振巾なる限り

$$\dot{\theta}(x) = \frac{1}{l} \frac{dV(x)}{dX}, \quad (6.18)$$

とおけるから(6.17)式から

$$\dot{\theta}(x) = y'_n x_1 x Px_1 - 2 y'_n x_2 x \cdot Z_S \cdot \dot{\theta}(x_2), \quad (6.19)$$

を得る。茲に

$$\begin{cases} y'_n x_1 x = \frac{1}{l} \frac{d y_n x_1 x}{dX} \\ y'_n x_2 x = \frac{1}{l} \frac{d y_n x_2 x}{dX} \end{cases} \quad (6.20)$$

である。即ち $X = X_2$ として

$$\dot{\theta}(x_2) = \frac{y'_n x_1 x_2}{1 + 2 y'_n x_2 x_2 Z_S} Px_1 \quad (6.21)$$

となるから之を(6.17)式に代入して

$$V(x) = \frac{V(x)}{\Delta} \cdot Px_1 \quad (6.22)$$

を得る。茲に

$$\Delta = 1 + 2 y'_n x_2 x Z_S$$

$$V(x) = y_n x_1 x (1 + 2 y'_n x_2 x Z_S) - y_n x_2 x y'_n x_1 x_2 2 Z_S \quad (6.23)$$

である。

従つて駆点インピーダンス δ_i は

$$\frac{1}{\delta_i} = y_{nX_1X_1} - \mathfrak{Y}_{nX_2X_1} \cdot 2Z_S \cdot \frac{Y'_{nX_1X_2}}{1 + \mathfrak{Y}'_{nX_2X} \cdot 2Z_S} \quad \dots\dots\dots (6.24)$$

の如く与えられる。

対称支持音片では (6.17) 式は近似的に

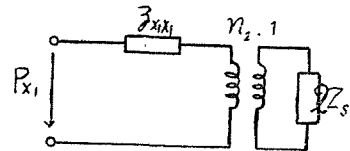
$$V(x) = y_{nX_1X} \left[P_{X_1} - n_2 \cdot 2Z_S \cdot \dot{\theta}(x_2) \right], \quad \dots\dots\dots (6.25)$$

或は

$$P_{X_1} = V(x_1) \left[y_{nX_1X_1} + n_2^2 \cdot 2Z_S \right], \quad \dots\dots\dots (6.26)$$

の如くなる。茲に

$$\begin{aligned} n_2 &= \frac{\mathfrak{Y}_{nX_2X_1}}{y_{nX_1X_1}} = \frac{y'_{X_1X_2}}{y_{X_1X_1}} \\ &= \frac{1}{l} \cdot \frac{U'_n(X_2)}{U_n(X_1)}, \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6.27)$$



第 6.4 図

である。

(6.26) 式は第 6.4 図の如き等価回路網を以て表される。

§ 6.4 振り及び撓み支持負荷を有する音片の振動

音片の対称 2 点 X_2 , X_3 に振り負荷 Z_S 及び撓み負荷 δ_S を有する場合の任意点 X に於ける振動速度 $V(x)$ は駆動力を P_{X_1} とすると

$$V(x) = y_{nX_1X} \cdot P_{X_1} - y_{nX_2X} \cdot Z_S \cdot V(x_2) - y_{nX_3X} \cdot \delta_S \cdot V(x_3) - \mathfrak{Y}'_{nX_2X} \cdot 2Z_S \cdot \dot{\theta}(x_2), \quad \dots\dots\dots (6.28)$$

或は

$$\dot{\theta}(x) = y'_{nX_1X} \cdot P_{X_1} - y'_{nX_1X} \cdot Z_S \cdot V(x_2) - y'_{nX_2X} \cdot V(x_3) - \mathfrak{Y}'_{nX_2X} \cdot 2Z_S \cdot \dot{\theta}(x_2), \quad \dots\dots (6.29)$$

となる。茲に

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(x) &= \frac{1}{l} \frac{dV(x)}{dX}, \\ y'_{nX_1X} &= \frac{1}{l} \cdot \frac{dy_{nX_1X}}{dX}, \\ \mathfrak{Y}'_{nX_2X} &= \frac{1}{l} \cdot \frac{d\mathfrak{Y}_{nX_2X}}{dX} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6.30)$$

である。

故に $X = X_2$ として $\dot{\theta}(x_2)$ を求めると

$$\dot{\theta}(x_2) = \frac{y'_{nX_1X_2} \cdot P_{X_1} - y'_{nX_2X_2} \cdot \delta_S \cdot V(x_2) - y'_{nX_3X_2} \cdot \delta_S \cdot V(x_3)}{1 + \mathfrak{Y}'_{nX_2X_2} \cdot 2Z_S} \quad \dots\dots (6.31)$$

となるから之を (6.28) 式に代入し

$$\Delta_1 = 1 + \mathfrak{Y}_{nX_2X_2} \cdot 2Z_S \quad \dots\dots\dots (6.32)$$

とおけば

$$V(x) = \frac{P_{X_1}}{\Delta_1} \left[A(x) P_{X_1} - B(x) \cdot V(x_2) \delta_S - C(x) \cdot V(x_3) \delta_S \right] \quad \dots\dots\dots (6.33)$$

を得る。茲に

$$\begin{aligned} A(x) &= y_{nX_1X} \Delta_1 - \mathfrak{Y}_{nX_2X} \cdot 2Z_S y'_{nX_1X_2}, \\ B(x) &= y_{nX_1X} \Delta_1 - \mathfrak{Y}_{nX_2X} \cdot 2Z_S y'_{nX_2X_2}, \\ C(x) &= y_{nX_3X} \Delta_1 - \mathfrak{Y}_{nX_2X} \cdot 2Z_S y'_{nX_3X_2}, \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6.34)$$

である。(6.33) 式に於て $X = X_2$, $X = X_3$ とし $V(x_2)$, $V(x_3)$ を求めると

$$\begin{aligned} V(x_2) &= \frac{1}{\Delta_2} \left[A(x_2) \cdot (\Delta_1 + C(x_2) \delta_S) - C(x_2) A(x_2) \delta_S \right] P x_1, \\ V(x_3) &= \frac{1}{\Delta_2} \left[A(x_3) \cdot (\Delta_1 + B(x_3) \delta_S) - B(x_3) A(x_3) \delta_S \right] P x_1, \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6.35)$$

となる。茲に

$$\Delta_2 = (\Delta_1 + B(x_3) \delta_S) (\Delta_1 + C(x_3) \delta_S) - B(x_3) C(x_3) \delta_S^2, \quad \dots\dots\dots (6.36)$$

である。(6.35)式を(6.33)式に代入すると $V(x)$ は

$$\begin{aligned} V(x) &= \frac{P x_1}{\Delta_1} \cdot \frac{1}{\Delta_2} \left\{ A(x) \Delta_2 - B(x) \delta_S \left[A(x_2) (\Delta_1 + C(x_2) \delta_S) - C(x_2) A(x_2) \delta_S \right] \right. \\ &\quad \left. - C(x) \delta_S \left[A(x_3) (\Delta_1 + B(x_3) \delta_S) - B(x_3) A(x_3) \delta_S \right] \right\}, \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6.37)$$

の如くなる。

(6.37)式は一般式で複雑であるが $n=1$ の時は §6.6 の第6.7図, 第6.8図の如き簡単な等価回路網となり直観的にも支持の条件を知る事が出来る。また本節の多端子回路網的考察については次節に記する。

§ 6.5 駆動力及び曲げモーメントの印加された音片の振動と等価多端子回路網

今細棒の任意2点 X_1, X_2 に横荷重 (夫々 $P x_1 e^{j\omega t}$, $P x_2 e^{j\omega t}$) 及び曲げモーメント (夫々 $M x_1 e^{j\omega t}$, $M x_2 e^{j\omega t}$) の印加されている場合を考え, その速度分布を $V(x)$, 角速度分布を $\dot{\theta}(x)$ とすると重疊の理から

$$\begin{cases} V(x) = y_{n x_1 x} P x_1 + \mathfrak{Y}_{n x_1 x} M x_1 + y_{n x_2 x} P x_2 + \mathfrak{Y}_{n x_2 x} M x_2, \\ \dot{\theta}(x) = y'_{n x_1 x} P x_1 + \mathfrak{Y}'_{n x_1 x} M x_1 + y'_{n x_2 x} P x_2 + \mathfrak{Y}'_{n x_2 x} M x_2, \end{cases} \quad \dots\dots\dots (6.38)$$

を得る。茲に $y_{n x_1 x}$ は $X_1 X$ 間の撓み相互機械アドミッタンスで $\mathfrak{Y}_{n x_1 x}$ は (6.7)式或は (A.5.2) 式に示す如き係数で, $\mathfrak{Y}'_{n x_1 x}$ は $M x_1 \dot{\theta}(x)$ 間の振り相互アドミッタンスであり, $X=x/l$ で $y'_{n x_1 x} = \frac{d}{dx} (y_{n x_1 x})$ である。之等係数の導出については §6.1 或は §A.5を参照されたい。また対称なる棒に對称に曲げモーメントが印加されている時は, 之等モーメントが同符号であれば n は奇数次のみとなり, 異符号なる時は n が偶数次となる。例えば両端支持棒の場合は上述の係数は夫々

$$\begin{aligned} y_{n x_1 x} &= \sum_{n=1,3,\dots} \frac{2}{(\rho l S)} \cdot \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2} \sin \alpha_n X_1 \cdot \sin \alpha_n X \\ y'_{n x_1 x} &= \sum_{n=1,3,\dots} \frac{2}{(\rho l S) l} \cdot \frac{\alpha_n}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \sin \alpha_n X_1 \cdot \cos \alpha_n X \\ \mathfrak{Y}_{n x_2 x} &= \sum_{n=1,3,\dots} \frac{2}{(\rho l S) l} \cdot \frac{\alpha_n}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \sin \alpha_n X \cdot \cos \alpha_n X_2 \\ \mathfrak{Y}'_{n x_2 x} &= \sum_{n=1,3,\dots} \frac{2}{(\rho l S) l^2} \cdot \frac{\alpha_n^2}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \cos \alpha_n X \cdot \cos \alpha_n X_2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6.39)$$

の如く与えられる。今表示を簡単にするために

$$y_{n x_1 x_q} = y_{r,q}, \quad y'_{n x_1 x_q} = y'_{r,q}, \quad \mathfrak{Y}_{n x_2 x_q} = \mathfrak{Y}_{r,q}, \quad \mathfrak{Y}'_{n x_2 x_q} = \mathfrak{Y}'_{r,q} \quad \dots\dots\dots (6.40)$$

の如く表示するものとし $X=X_1, X=X_2$ に於ける $V(x)$, 及び $\dot{\theta}(x)$ の値を求めると (6.38) 式より

$$\begin{cases} V_1 = y_{11} P_1 + \mathfrak{Y}_{11} M_1 + y_{12} P_2 + \mathfrak{Y}_{12} M_2 \\ \dot{\theta}_1 = y'_{11} P_1 + \mathfrak{Y}'_{11} M_1 + y'_{12} P_2 + \mathfrak{Y}'_{12} M_2 \\ V_2 = y_{21} P_1 + \mathfrak{Y}_{21} M_1 + y_{22} P_2 + \mathfrak{Y}_{22} M_2 \\ \dot{\theta}_2 = y'_{21} P_1 + \mathfrak{Y}'_{21} M_1 + y'_{22} P_2 + \mathfrak{Y}'_{22} M_2 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (6.41)$$

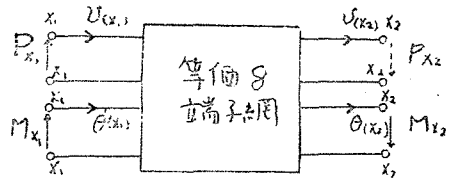
を得る。(6.41)式は

$$\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ \dot{\theta}_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} v_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (y_{11} & \mathbb{Y}'_{11}) & (y_{12} & \mathbb{Y}'_{12}) \\ (y_{21} & \mathbb{Y}'_{21}) & (y_{22} & \mathbb{Y}'_{22}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ M_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} P_2 \\ M_2 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (6.42)$$

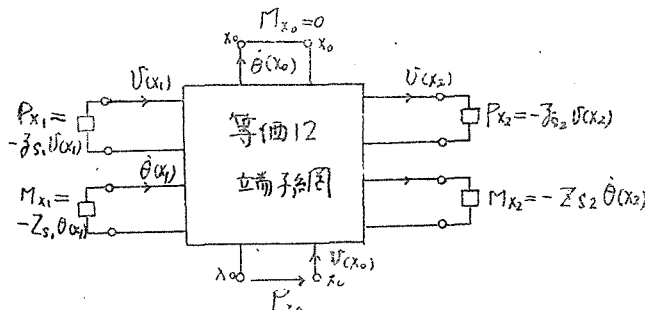
或は

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (6.43)$$

の如く表される。(6.42)式は第6.5図に示す如き8端子等価回路網となる事を示す。例えば前節に詳論せし対称支持音片の任意点 X_0 に於ける駆動点インピーダンス $z_k (= P_0/v_0)$ を求める事は結局第 6.6 図の如き多端子網の X_0, X_0 端子の入力インピーダンスを求める問題に帰着する。また本考察は2個或はそれ以上の弾性体をスプリングその他にて結合せ



第 6.5 図



第 6.6 図

しめて得られる如き一般機械フィルターの解析にも発展適用する事が出来、その取扱法は電気回路網に於ける縦属接続と全く同一である。以上は速度・電流対応法に依つたが速度・電圧対応法に依つても同じく論述出来る。

§ 6.6 Lagrange の式を利用せる近似等価回路とその導出

支持された音片の振動姿態を両端自由棒の第一次規準函数と看做し音片及び支持装置の運動及び位置エネルギーを求め之を Lagrange の式に適用する事に依り近似的等価回路網を導出する事が出来る。今、節点近傍の対称2点 X_0, X_0 に於て支持された音片の振動姿態が支持のない理想音片の第一次規準函数 $U_1(x)$ にて表されるものと仮定しその振動振巾が $\xi(x) = A_1 U_1(X)$ (6.44) にて与えられるものとする。茲に A_1 は常数で $X=x/l$ とする。

さて、理想音片の駆動点 X_1 に於ける基本振動の等価質量、等価ステツフネスを夫々 M_1, S_1 とするとその運動及び位置のエネルギーは夫々

$$\begin{aligned} T_0 &= \frac{1}{2} M_1 (\omega \xi(x_1))^2 \\ V_0 &= \frac{1}{2} S_1 (\xi(x_1))^2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6.45)$$

となる。

一方支持部の撓み負荷及び振り負荷に対する等価諸定数値を夫々 m', s' 及び I', k' とすると運動及び位置のエネルギーは夫々

$$\begin{cases} T_1 = \frac{1}{2} I'' (\omega \theta^2(x_2))^2 \\ V_1 = \frac{1}{2} k'' \theta^2(x_2) \end{cases} \dots\dots\dots (6.46)$$

$$\begin{cases} T_2 = \frac{1}{2} m'' (\omega \xi(x_2))^2 \\ V_2 = \frac{1}{2} s'' \xi^2(x_2) \end{cases} \dots\dots\dots (6.47)$$

にて与えられる。茲に対称2点支持でその支持装置の等しい場合は夫々

$$I'' = 2I', \quad k'' = 2k', \quad m'' = 2m', \quad s'' = 2s'$$

となり 等価諸定数値 M_1, S_1, m', s', I', k' は音片及び支持装置の寸法・材質並びにその振動姿態が決れば定る定数である。

微小振巾を考察の対象としているから

$$\theta(x_2) = \tan^{-1} \left(\frac{1}{l} \frac{d\xi(x_2)}{dX} \right) \doteq \frac{1}{l} \frac{d\xi(x_2)}{dX}, \quad \dots\dots\dots (6.48)$$

とおけば(6.44)式を用いて

$$\frac{\theta(x_2)}{\xi(x_1)} = \frac{1}{l} \cdot \frac{dU_1(X_2)/dX}{U_1(X)} = \frac{1}{l} \frac{U_1'(X_2)}{U_1(X_1)} \equiv n_2 \quad \dots\dots\dots (6.49)$$

を得る。そこで

$$\frac{\xi(X_2)}{\xi(X_1)} \equiv n_1 \quad \dots\dots\dots (6.50)$$

とおけば全位置及び全運動エネルギーは夫々

$$\begin{cases} T = T_0 + T_1 + T_2 = \frac{1}{2} (\omega \xi(x_1))^2 \left[M_1 + I'' n_2^2 + m' n_1^2 \right], \\ V = V_0 + V_1 + V_2 = \frac{1}{2} (\xi(x_1))^2 \left[S_1 + k'' n_2^2 + s' n_1^2 \right], \end{cases} \dots\dots\dots (6.51)$$

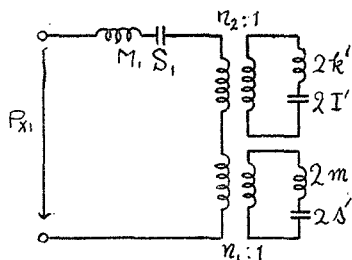
の如くなる。之に Lagrange の式を適用すると

$$(M_1 + n_2^2 I'' + n_1^2 m') \ddot{\xi}(x_1) + (S_1 + n_2^2 k'' + n_1^2 s') \xi(x_1) = P x_1, \quad \dots\dots\dots (6.52)$$

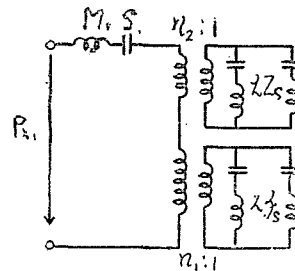
となる。また共振周波数のみを問題とする場合は(6.51)式より Rayleigh 法にて直ちに論ずる事が出来る。茲に $P x_1$ は X_1 点に加えられた駆動力である。(6.52)式は第 6.7 図に示す等価回路網にて表され駆動インピーダンス \hat{z}_i は

$$\begin{aligned} \hat{z}_i = \frac{P x_1}{\dot{\xi}(x_1)} &= \left(j\omega M_1 + \frac{S_1}{j\omega} \right) + n_2^2 \left(j\omega I'' + \frac{k''}{j\omega} \right) + n_1^2 \left(j\omega m' + \frac{s'}{j\omega} \right) \\ &= \hat{z}_1 + n_2^2 Z_S + n_1^2 \hat{z}_S \quad \dots\dots\dots (6.53) \end{aligned}$$

の如くなる。



第 6.7 図



第 6.8 図

若し支持装置の X_2 点に於けるインピーダンスが(6.54)式にて与えられる如き値をとる時はその等価回路網は第 6.8 図の如くなる。

$$\frac{1}{\delta s} = \sum_n \frac{j\omega \frac{1}{m_n''}}{\omega_n^2 - \omega^2}, \quad \omega_n^2 = \frac{s_n''}{m_n''}$$

$$\frac{1}{Z_s} = \sum_n \frac{j\omega \frac{1}{I_n''}}{\omega_n^2 - \omega^2}, \quad \omega_n^2 = \frac{k_n''}{I_n''} \quad \dots\dots\dots (6.54)$$

§ 6.6 音片の支持点の長軸方向の運動に対する一考察

本節では前の論述に於て省略した音片支持点の長軸方向の運動と支持装置の振動について考察するがこの量は微小な量で通常省略しているもので支持装置に対してのみ考察する事は不充分であるが一応の目安として表題の長軸方向の運動につき考察し少しく説明する。

長軸方向に於ける支持点の変位 $\eta_{(x)}$ は二次的微小量なる事を考慮し(6.55)式を以てその近似振動曲線と看做す。敢て(6.55)式の近似曲線を採用する理由は以下の計算の簡易さにある。

即ち音片の振動姿態を

$$\xi(x) = a_0 \sin \pi X - a_1 \quad \dots\dots\dots (6.55)$$

と仮定する。茲に $a_1 = \frac{2}{\pi} a_0$ である。猶(6.55)式の振動姿態と前に仮定した規準函数 $(A_1 U_1(X))$ とを関係づけるため

$$\xi(x_1) = a_1 = \frac{2}{\pi} a_0 = A_1 U_1(X_1),$$

$$\text{或は} \quad a_0 = \frac{\pi}{2} \xi(x_1) = \frac{\pi}{2} A_1 U_1(X_1). \quad \dots\dots\dots (6.56)$$

とおく、

支持点 $X = X_2$ 点に於ける軸方向の変位を $\eta_{(x_2)}$ とすると、

$$2\eta_{(x_2)} = \int_{x_2}^{x_3} \sqrt{1 + \left(\frac{d\xi(x)}{dX}\right)^2} \cdot dX \doteq \frac{1}{2} \int_{0.22}^{0.78} \left(\frac{d\xi(x)}{dX}\right)^2 dX$$

$$\doteq 0.666 a_0^2$$

$$\therefore \eta_{(x_2)} \doteq \frac{1}{8} a_0^2 = \frac{\pi^2}{12} \cdot \xi^2(x_1) \quad \dots\dots\dots (6.57)$$

を得る $\xi(x_1)$ は正弦波の変化を行うからその角周波数を ω とすると(6.57)式の $\eta_{(x_2)}$ は(6.58)式の如く表される。

$$\frac{\pi^2}{12} \xi^2(x_1) \sin^2 \omega t = \frac{\pi^2}{24} \xi^2(x_1) [1 - \cos 2\omega t]$$

$$\equiv \eta_{(x_2)}^{(0)} + \eta_{(x_2)}^{(\omega)} \quad \dots\dots\dots (6.58)$$

従つて 2ω の振動に対する運動及び位置エネルギーを求めると

$$T_3 = \frac{1}{2} \sum m_n'' \cdot (2\omega \eta_{(x_2)}^{(2\omega)})^2$$

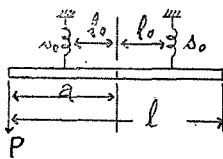
$$V_3 = \frac{1}{2} \sum s_n'' (\eta_{(x_2)}^{(2\omega)})^2 \quad \dots\dots\dots (6.59)$$

の如く与えられる。従つて(6.51)式の T , V , に(6.59)式の T_3 , V_3 も加えると Rayleigh

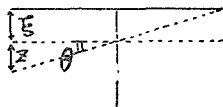
法に依りその見掛の共振周波数を求める事が出来る。但し之は単なる近似的推定に外ならない事は勿論である。

§§ 7 音片振動子の磁極への吸着に対する安定性について

音片は外部衝撃その他に依り磁極に吸着されない事が必要である。之は音片の零次振動を考える事に依り論ずる事も出来るが次に Lagrange の式より等価回路を求め吸着に対する安定性を考える。



第 7.1 図



第 7.2 図

第 7.1 図に示す如く音片の一端に力 P が作用した場合を考え、そのスチッフネスを求め之を負性スチッフネスと比較し吸着に対する安定性を論ずる。今第 7.2 図を以てその無屈曲状態に於ける振動変位とすれば Lagrange の式より

$$\begin{cases} M\ddot{\xi} + 2s_0\xi = P \\ I\ddot{\theta} + 2l^2s_0\theta = P \cdot a \end{cases}, \quad \dots\dots\dots (7.1)$$

を得る。即ちこの特別な場合は直線運動と回転運動とは連成せず互に独立となる。茲に M は音片の全質量で I は音片の midpoint に関する慣性能率で s_0 は支持のスチッフネスである。猶本章では実際の構造に従つて対称支持で而も両支持のスチッフネスの等しい場合を取扱っているが非対称・不等支持の場合には (7.1) 式の連立方程式は独立でなく互に連成する。

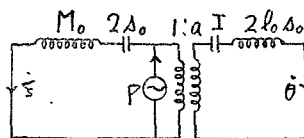
(7.1) 式に於て $a\theta = Z$ とおけばその第 2 式は

$$\frac{I}{a^2}\ddot{Z} + \frac{2l_0^2s_0}{a^2}Z = P, \quad \dots\dots\dots (7.2)$$

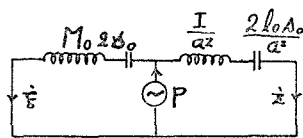
の如くなる。之を等価回路網を以て示せば第 7.3 図 A 或は B の如く表される。従つて見掛のスチッフネスは $s_g = P/(\xi + Z)$ として

$$s_g = 2s_0 + \frac{2l_0^2s_0}{a^2}, \quad \dots\dots\dots (7.3)$$

の如く与えられる。



第 7.3 図 A



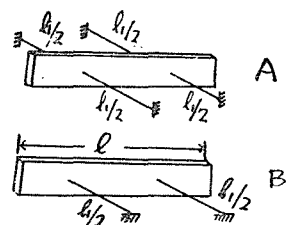
B

若し支持装置が第 7.4 図 A, B に示す如き両端支持鋼針或は片持針なる時は夫々

$$s_0 = \frac{192}{l_1^3} EI,$$

$$s_0 = \frac{3}{\left(\frac{l_1}{2}\right)^3} EI,$$

$$l_0 = (1 - 0.2242 \times 2) \cdot \frac{l}{2}, \quad a = \frac{l}{2}, \quad \dots\dots\dots (7.4)$$



第 7.4 図

として算出される。またスプリング支持の場合も近似計算出来るが実測に依つた方が良い。

一方負性スチフネスは

$$s_n = \frac{B_0^2 p}{\pi} \cos \beta, \quad \dots\dots\dots (7.5)$$

として与えられるから結局

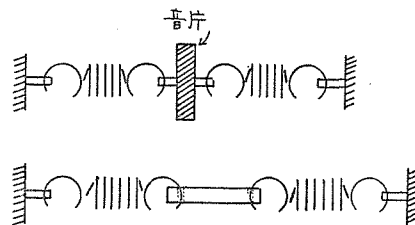
$$|s_s| > |s_n| \quad \dots\dots\dots (7.6)$$

として支持スチフネスの条件を得る。茲に B_0 は空隙の磁束密度で、 p はパーミアンス、 β は depression angle である。

若し駆動力 P が音片の中央点に在る時即ち中央点駆動の場合は音片は上下に駆動されるのみで回転運動は誘起されない。之は(7.1)式で $a=0$ なる場合に外ならない。

§§ 8 支持スプリングの各種振動

音片は第 8.1 図に示す様な構造の下に支持され働作しているから その支持装置も音片が屈曲すればそれに伴い振動する。支持に使用される蔓巻スプリングの固有振動姿態としては縦振動、振り振動及び撓み振動の 3 種が挙げられる。その一般解は少しく複雑となり且つ端部の条件が理想条件(完全固定, 自由)



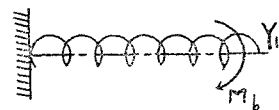
第 8.1 図

に一致せず実験的補正を必要とするので本章では各振動について近似的に解析を試みその結果を実験的に補正する方法を採用した。この近似的方法はコイル径に対し比較的長い波長の時許されるものである。

以下支持に使用される蔓巻スプリングの振り、撓み、縦の 3 種の振動について略述するが、實際上縦振動はその支持機構の上からスプリングのピッチ角 α の小なる時誘起され難いがこの縦振動が振り振動と連成して誘起される如き場合には更に第 6.7 図、第 6.8 図の等価回路網は更に補正変形されるべきである。

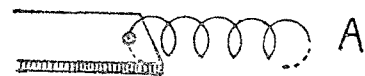
§ 8.1 蔓巻スプリングの振り振動

支持スプリングの振りインピーダンス Z_s は第 8.2 図に示すような蔓巻スプリングの Y_i 点に於ける入力インピーダンスで表される。茲に振り振動とはスプリングコイルの軸の回りの回転の運動である。端部は第 8.3 図 A, B の如く引掛或は固定法が採用されスプリング端は鉤状となつている。この引掛鉤部があるため測定値は理論値と少しく異なり、被引掛板の厚い場合には固定と自由との中間の境界条件となり端条件が複雑となる。



第 8.2 図

第 8.2 図に示すような一端固定の理想的な場合に於ける振り振動の方程式は密着ばねの場合 (4.8) 式にて与えられ、振りインピーダンス Z_s は第 4.4 図と同型の二端子回路網にて表される。この場合の共振及び反共振の周波数は夫々



第 8.3 図

$$f_{1T} = \frac{d}{8\pi D^3 N} \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} \neq, \quad f_{3T} = \frac{3d}{8\pi D^3 N} \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} \neq, \quad (\text{共振}) \quad (8.1)$$

$$f'_{2T} = \frac{d}{4\pi D^3 N} \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} \neq, \quad f'_{4T} = \frac{d}{2\pi D^3 N} \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} \neq, \quad (\text{反共振}) \quad (8.2)$$

となる。但し諸記号は(4.19)式と同一である。之等諸式の実験的補正については後章§10.1に述べる。

§ 8.2 支持スプリングの撓み振動

支持スプリングを等価質量 ρ_e を有する張力 T なる等価弦で置換すれば §4.1 に前述した如く共振及び反共振の周波数は中央点駆動の時夫々(4.5), (4.6)式の如く与えられる。

また、スプリング線の密度及び全質量を夫々 ρ_0 , M_0 とし原スプリングの弦長(両固定端距離)を L_0 , 引張られた状態のそれを L , その変位距離を x としスチフネスを k , 剛性率を G とすると

$$\rho_e = M_0/L, \quad l = \pi D N \cos \alpha, \\ T = kx = -\frac{Gd^4}{8ND^3} x \quad (8.3)$$

なる関係式を得るから(4.5), (4.6)式は

$$f_n = n \cdot A \sqrt{\frac{x}{L}} \doteq n \cdot A \sqrt{\frac{x}{L_0}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{x}{L_0}\right), \\ A = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{M_0}}, \quad (8.4)$$

$$\text{或は} \quad f_n = n \cdot K \frac{d\sqrt{x}}{D^{\frac{5}{2}} N^{\frac{3}{2}} \cos^{\frac{1}{2}} \alpha}, \quad K = \frac{1}{2\sqrt{2} \pi^{\frac{3}{2}}} \sqrt{\frac{G}{\rho_0}}, \quad (8.5)$$

の如く表される。

支持スプリングの撓み振動は、支持点が節点と一致している場合には殆んど影響を与えないが不一致の場合には音片の特性に影響を与える。蔓巻スプリングの共振・反共振の測定値については後章 §10.2 に記述した。

§ 8.8 蔓巻スプリングの縦振動

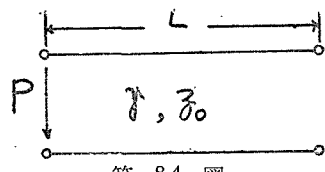
密に巻かれた蔓巻スプリングに於てはその軸方向の縦振動は音片の働作時に於て殆んど関係がなくこの振動姿態は誘起され難いが、ピッチ角の小ならざる時には振り振動と縦振動とが連成する。長い波長の波に於ては蔓巻スプリングの軸方向の運動即ち縦振動は、その伸び剛性及び軸方向の単位長当りの質量に等しい弾性率と線密度とを有する直線状棒の疎密波に依つて置きかえられるから、縦振動の方程式はその等価質量及び等価スチフネスを夫々 M_e , S_e とすると

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{S_e}{M_e} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (8.6)$$

の如く与えられるから速度-電流対応に依り第 8.4 図の如き等価分布回路網を得る。

$$\text{茲に} \quad M_e = \frac{l\pi r^2 \rho_0}{L} = \frac{l\pi d^2 \rho_0}{4L}, \quad r = \frac{d}{2}, \\ S_e = \frac{G\pi r^4 L}{2R^2 l} = \frac{G\pi d^4 L}{32R^2 l}, \quad (8.7)$$

である。



第 8.4 図

入力インピーダンス δ_L は

$$\delta_L = \delta_0 \coth \gamma L, \quad \gamma = j \frac{\omega}{c}, \quad c = \sqrt{\frac{S_e}{M_e}} = \frac{r}{\sqrt{2} R} \frac{L}{l} \sqrt{\frac{G}{\rho_0}} \quad \dots\dots\dots (8.9)$$

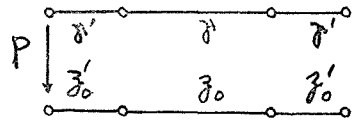
にて与えられるから、共振周波数は $\delta_L = 0$ として、

$$f_n = \frac{(2n-1)}{4L} \sqrt{\frac{S_e}{M_e}} = \frac{(2n-1)}{4\sqrt{2} R} \frac{r}{l} \sqrt{\frac{G}{\rho_0}} \quad \dots\dots\dots (8.10)$$

の如く求められ、反共振は $\delta_L = \infty$ として

$$f_n = \frac{2n}{4L} \sqrt{\frac{S_e}{M_e}} = \frac{n r}{2\sqrt{2} R l} \sqrt{\frac{G}{\rho_0}} = \frac{n}{8\sqrt{2} \pi} \cdot \frac{d}{NR} \sqrt{\frac{G}{\rho_0}} \quad \dots\dots\dots (8.11)$$

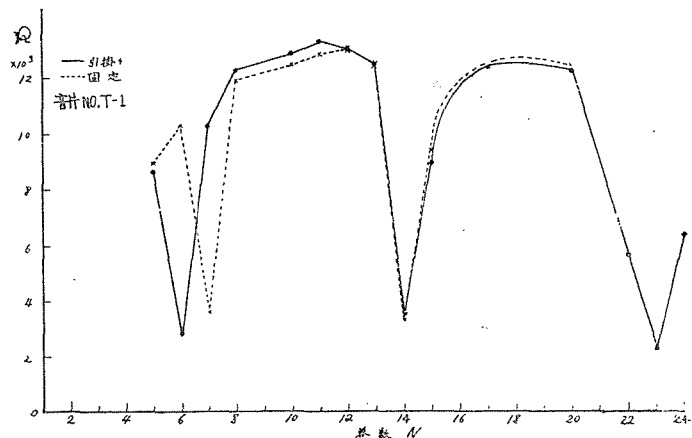
の如くなる。実際上は両端部に引掛部分があるからその等価回路は第 8.5 図の如く表されるべきであるが、後章§§10に詳述する如く上に示した理論値は殆んど実測値と一致している。



第 8.5 図

§§ 9. 音片の総合共振尖鋭度 に及ぼす支持の影響

音片の総合共振尖鋭度 Q_e は或特定支持条件の下で急に甚しく劣化する。第 9.1 図及び第 9.2 図は 1000- μ の音片について実測された結果の一例である。即ち $N=6 \sim 7, 14$ 及び 23 ターン (コイル外径 $D=.56$, 線径 $d=.06$ cm ϕ) に於て Q_e が急に劣化している。斯る悪影響を与えるスプリ

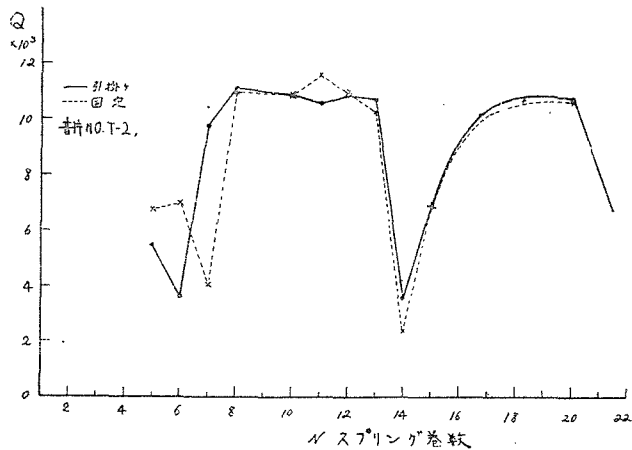


第 9.1 図

ング寸法は実用に際し当然避けられるべきであり之が亦音片支持の設計条件の一つともなる。

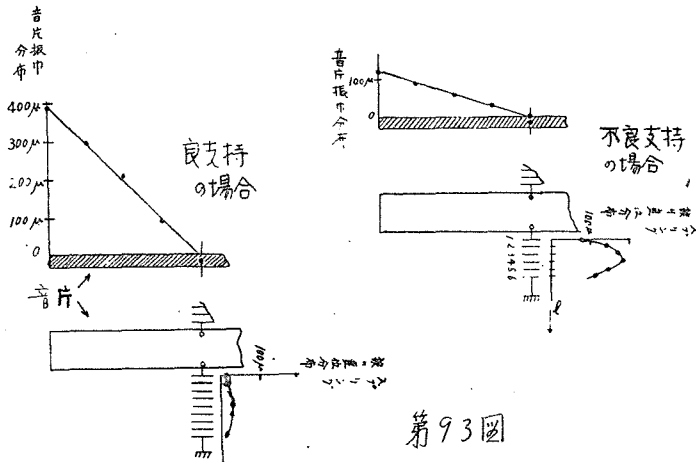
従来、斯る不良寸法に対し充分なる考察と解析とが行われなかつた。

$N=6$ ターンの不良巻数の場合及び $N=9$ ターンの良巻数の場合に於ける支持音片の各部の振動振巾を第 9.3 図に示す。同図は音片を非常に強く振動させた場



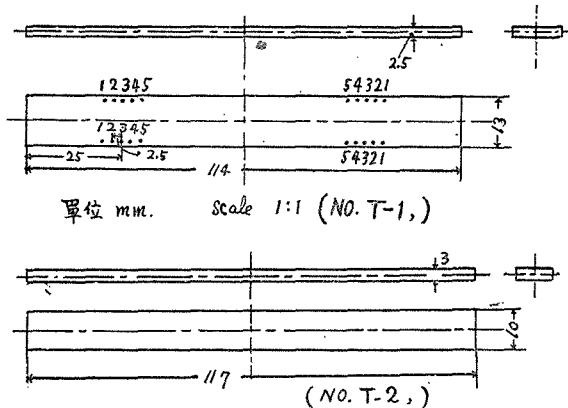
第 9.2 図

合の結果で、通常は端振巾 50μ 以下で使用する。即ち不良支持の場合、支持装置は音片の振動に対し一種の“動吸振器 Dynamic Absorber”として作用する事が容易に伺はれる。



第93図

第 9.4 図AB は本実験並びに §§11 の実験に使用した音片振動子の形状と寸法とを示す。



第 9. 4 図

実験的考察の初期に於ては、
N=6 ターン及び7 ターンに於ける異常現象は夫々第 9.1 図或は第 9.2 図に図示した如く支持の Fix-Fix 型, Fix-Clamp 型で異なる事実から、支持スプリングの撓み反共振も関係しているものと考え結論つけたが、後述する如き種々の実験に依り
B 振り反共振のみに基づく事が確かめられた。因みに N=23 ターンに於ける異常現象は振り反共振

としての理論的推定の下に実測して見出されたものである。

§§10. 支持スプリングの各種振動に関する実験

本章では前章§8に述べた蔓巻スプリングの各種振動の実験結果について述べ第 9.1 図に示した如き支持の悪影響の原因が主として支持スプリングの振り振動に基づく事を明瞭ならしめ且つ支持に用いる蔓巻スプリングに固有な各振動の相互関係並びにそれらの影響を明かにせんとする。

蔓巻スプリングの固有な振動型としては振り、撓み、及び縦の 3 種の固有振動が挙げられ、夫々簡単に検出する事も出来るが実験に依れば、(i) 蔓巻スプリングに固有な軸方向の縦振動は音片支持の構造上、ピッチ角の小なる時、誘起され難い。(ii) 支持点が節点に一致している場合支持スプリングは主として振り振動を受け、撓みの振動は少い。(iii) 蔓巻スプリングの振り及び縦振動の固有周波数は張力或はコイルの伸びに対し殆んど変化せず撓み振動のみが張力或は伸びに依り少しく変化する事が認められた。之は従来枯息

な逃避手段として考えられて居つた所の不良条件の張力変化に依る逃避法の不可能な事を示すものである。個々の説明に入るに先きだち蔓巻スプリング ($d = 0.06$, $D = 0.56\text{cm}\phi$) の巻数に対する振り, 縦及び撓み振動の各基本振動数の測定値を第10.1図に一括図示した。

§ 10.1 支持スプリングの振り振動に関する実験

前章 §8.1 に於て蔓巻スプリングの振り振動に対する共振, 反共振の式を示した

が本節では之を実験的に補正し, 実験式を求め, 第9.1図の Q_e 劣化の考察を行つた。

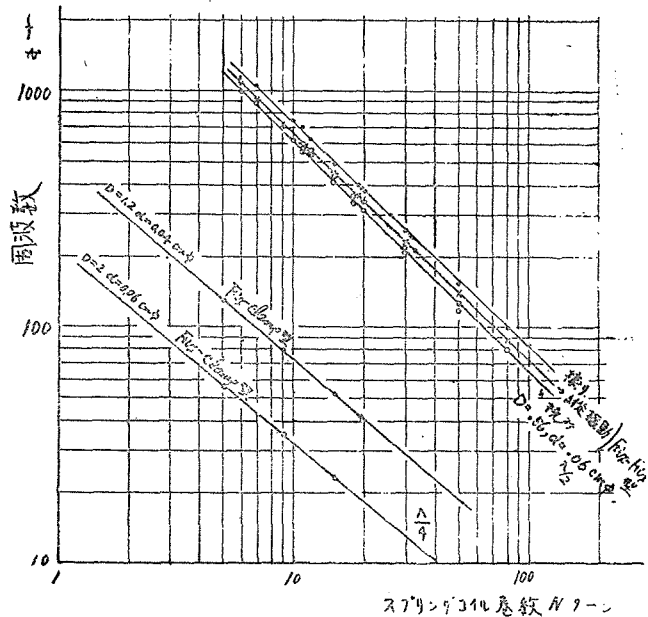
先づコイル径の異なる3種の蔓巻スプリングについて, 巻数に対する共振(或は反共振)に相当する周波数を測定し, 第10.1表, 第10.2表及び第10.2図 A, B の如き結果を得た。

第 10.1 表

コイル 巻数 N	振り共振 $f_1 \times$	$f_3 \times$	$f_5 \times$	$f_1 \cdot N$	K	備 考
5	56	160	254	280	33.4	$D=2.11\text{cm}\phi$ $d=0.08\text{cm}\phi$ ($2n+1$) $\lambda/4$ 共振
9	36	113	181	320	28.8	
15	23	69	118	345	27.1	
20	18	53	89	360	20.0	
5	130	390	640	650	31.6	$D=1.235\text{cm}\phi$ $d=0.06\text{cm}\phi$ ($2n+1$) $\lambda/4$ 共振
9	80	237	400	720	28.6	
15	52	159	260	780	26.4	
20	42	128	213	800	25.7	

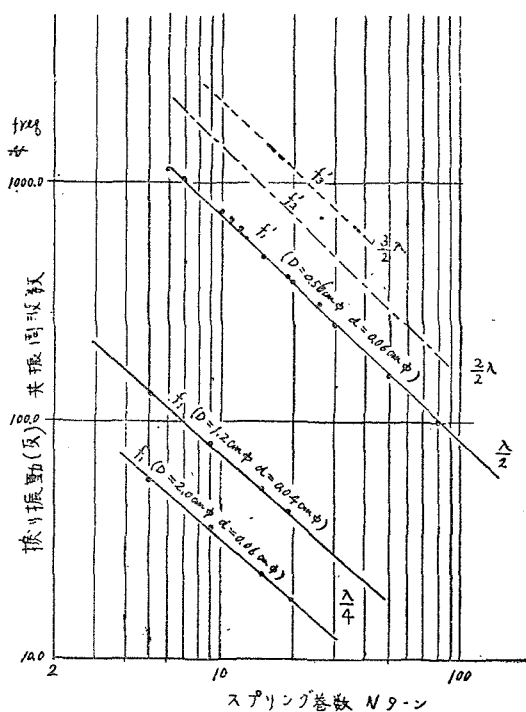
第 10.2 表

コイル 巻数 N	振り(反)共振 $f'_1 \times$	$f'_1 \cdot N$	K'	備 考
6	1,120	6,720	15.3	$D=0.56\text{cm}\phi$ $d=0.06\text{cm}\phi$ ($\frac{\lambda}{2}$ 共振)
7	1,060	7,420	13.9	
10	750	7,500	13.75	
11	690	7,600	13.55	



第 10.1 図

1 2	635	7,620	13.5	
1 9 (18)	360	6,850	15.0	
1 9	405(395)	7,700	13.4(13.75)	
2 0	380	7,600	13.55	
2 6	310	8,050	12.85	
3 0	257	7,710	13.4	
5 0	158	7,900	13.0	
8 0	100	8,000	12.9	
1 0	73	730	12.8	$D=2.11$ $d=0.08$ cm ϕ , $(\frac{\lambda}{2}$ -共振)
1 0	160	1,600	12.9	$D=1.235$ $d=0.06$ cm ϕ , $(\frac{\lambda}{2}$ -共振)



第10.2図A

に伴いKの偏差の大となる事が認められる。第10.5図は巻数に対するKの値を示すもので、巻数の小なる程理論値 4π からの偏差の大となる事が認められる。即ち(10.1)式のKの値は一般に巻数N及びコイル径Dの函数となる。Kの値が上記の如く理論値より大となる事は(10.1)式から明らかな様に測定値が理論値より低い事に外ならない。之は端部が完全固定でない事を意味する。

第9.1図の Q_0-N 特性に於ける異常現象がこの支持スプリングの振り反共振に基づく事は上記の諸結果より容易に結論づける事が出来更にまた後述の各振動に対する測定結果

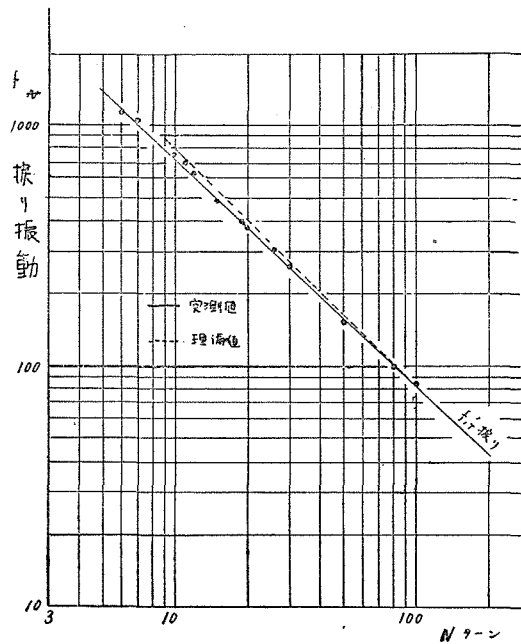
第10.2表は測定の都合に依り両端固定の場合について実験を行つたもので、固定端部から見るなら一種の反共振に相当する。振り振動の固有振動数はその張力或は伸びに依り殆んど変化しない事が実験的に確められた。その一例を第10.3図及び第10.3表に示す。

さて、第10.1表及び第10.2表の測定値より実験的補正式を得るため、理論式(8.2), (8.3)式を

$$f_n = \frac{d}{KD^2N} \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} \quad \dots\dots (10.1)$$

とおき、係数Kを実験的に求めて見る。茲にKの理論値は共振 $(\lambda/4)$ の時 $K=8\pi$, 反共振 $(\lambda/2)$ の時 $K=4\pi$ である。

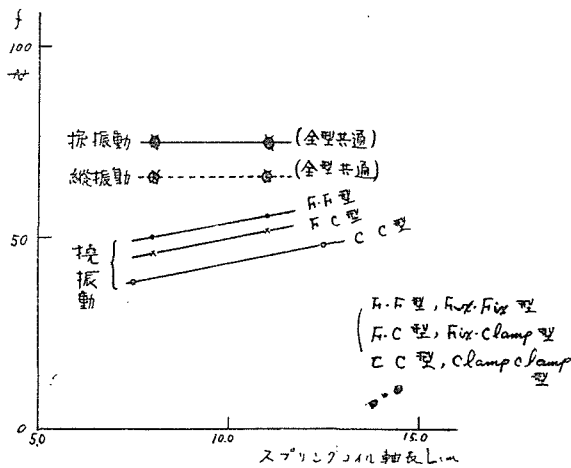
今 $E=2.1 \times 10^{12}$ dyne/cm², $\rho_0=7.8$ gr/cm³ とおき、同表と(10.1)式から逆にKを算出すると第10.4図の如くなる。同図はコイル径Dに対するKの値を示したもので、コイル径の小となる



第 10.2 図 B

第 10. 3 表

端 部 の 条 件	撓み振動 μ		コイル軸 長 Lcm	振り振動 μ	縦振動 μ	備 考
	f_1	f_2				
Fix - Fix 型	50	100	80	75	66	D=0.56 d=0.06cm ϕ , (夫々 $\frac{\lambda}{2}$, 共振)
	56	111	110	75	66	
Fix - Clamp 型	46	92	80	75	66	
	52.2	104	110	75	66	
Clamp-Clamp型	39	78	75	75	66	
	48	96	125	75	66	

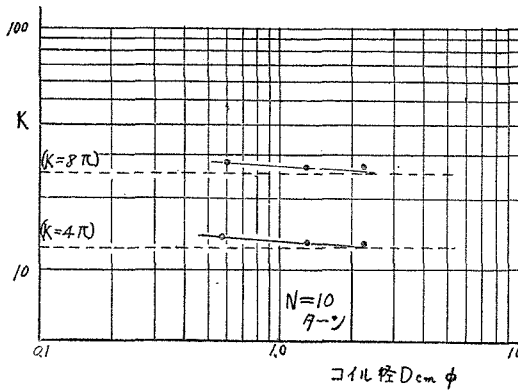


第 10.3 図

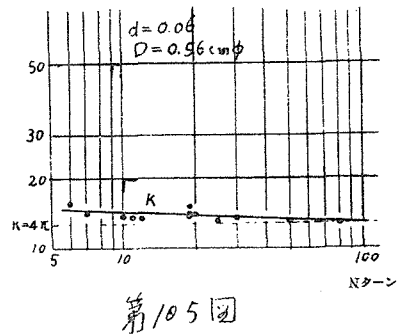
の検討と第 9.3 図の各部の振巾測定の結果から之を実証す事が出来る。即ち第 9.1 図に於ける異常点は $N=(6)7, 14$ 及び 23 ターンに於て生じて居るが、之は第 10.2 図を見れば $N=7, 14, 23$ ターンに於て $f_2' = f_4' = f_6' = 1000\mu$ 即ち夫々支持スプリングの振り反共振に相当する。

支持インピーダンス Z_s が反共振 (∞) になると音片の振動振巾 $\xi(x_1)$ が極小となり、支持スプリングの速度分布のみが最大となり丁度支持スプリングが

Dynamic Absorber として作用している事となる。之は第 9.3 図及び第 12.6 図の測定結果並びに第 6.8 図の等価回路網より容易に理解される。



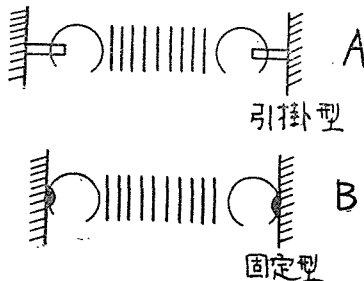
第 10.4 図



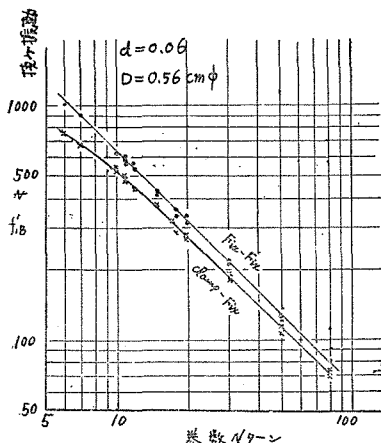
第 10.5 図

§10.2 支持スプリングの撓み振動

支持点が節点より外れている場合には音片の働作時に於てその支持スプリングは振り振動の外に撓み振動を受ける。而して支持点が理想音片の節点 X_N より離れる程その影響は大となる。之は第 6.8 図の等価回路網及び音片の振動姿態からも容易に推定されるであらう。



第 10.6 図

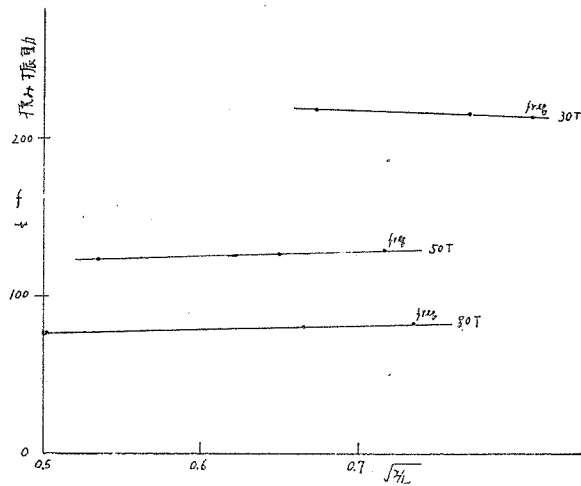


第 10.7 図

第 10.4 表

支持型 N	Fix-Clamp 型 f_1' 々	Fix-Fix 型 f_1' 々	備 考
6	750	1,000	D=.56cmφ d=.06cmφ, ()内はコ イル軸長増 加した時の 周波数
7(6)	670	900	
10(11)	540	680	
11	480	580	
11(12)	460	600	
12(18)	435(500)	560(540)	
15	375	425	
19(18)	320	395	
19	282	340	
20	270(275)	328(313)	
30	177(190)	216(210)	
50	103(114)	120(124)	
80	70(75)	76(80)	
10	—	80	D=2.1, d=.08cmφ
10	—	182	D=1.235, d=.06cmφ

実験としては、第10.6図 A, B に示す様な端条件の下に蔓巻スプリングの撓み振動数を測定した。第10.4表及び第10.7図はその結果である。スプリングの撓み振動曲線はいづれも略々半波長に相当するが Fix-Fix 型の場合は Clamp-Fix 型の場合より端部の拘束が大きいから固有振動数は高くなっている。また、之等撓み振動の固有振動数は第10.8図及び第10.8図に示す様に張力（或は伸び）に依り変化する。



第 10.8 図

蔓巻スプリングの撓み振動の実験式は夫々次式の如く与えられる。

$$f_1' \doteq 6.4 \times 10^3 \times \frac{1}{N}, \quad (\text{Fix-Fix 型})$$

$$f_1' \doteq 5 \times 10^3 \times \frac{1}{N}, \quad (\text{Fix-clamp 型}) \quad \dots\dots\dots (10.2)$$

また (8.5) 式に於て

$$f_1' = \frac{A}{K} \sqrt{\frac{x}{L}}, \quad A = \frac{1}{2} \sqrt{k/M_0}, \quad k = \frac{Gd^4}{8ND^3}, \quad \dots\dots\dots (10.3)$$

とおき補正係数Kを実験的に求めると第10.5表の如くなる。

第 10.5 表

巻数 N	コイル 元軸長 L ₀ cm	コイル 軸 長 L cm	撓み振 動 f ₁ ' 々	$\sqrt{x/L}$	ステツフネス k, dyne/cm		K実測	K計算	質量M ₀ 瓦
					k実測	k計算			
80	4.7	6.3	78.5	.504	.785	.975	.54	.6	2.8
		8.4	80	.664	$\times 10^5$	$\times 10^5$.695	.775	
		10.3	82.5	.735			.756	.833	
50	3.0	4.2	124	.535	2.6	1.56	.834	.65	1.75
		5.2	126	.65	$\times 10^5$	$\times 10^5$.995	.77	
		6.2	128	.717			1.08	.835	
30	1.8	3.3	218	.673	2.55	2.6	.86	.87	1.08
		4.25	216	.77	$\times 10^5$	$\times 10^5$.86	.876	
		5.2	213.5	.81			.92	.93	

§10.4 蔓巻スプリングの縦振動

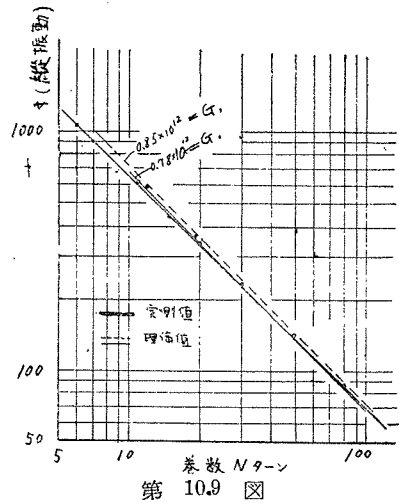
蔓巻スプリングの縦振動の固有周波数を測定し第10.6表及び第10.9図の如き結果を得た。之を理論式 (8.11) 式と比較すると同図に見られる様に殆んど一致して居る。(8.11) 式はGの値に依り次式の如くなる。

$$f_1' = \frac{r}{2\sqrt{2}Rl} \sqrt{\frac{G}{\rho_0}} = \frac{d}{8\sqrt{2}\pi NR^2} \sqrt{\frac{G}{\rho_0}}$$

$$= \begin{cases} 8.85 \times 10^3 \times \frac{d}{NR^2}, & (G=0.78 \times 10^{12} \text{ dyne/cm}^2, \rho_0=7.8) \\ 9.25 \times 10^3 \times \frac{d}{NR^2}, & (G=0.85 \times 10^{12}, \rho_0=7.8) \end{cases} \dots\dots (10.4)$$

第 10.6 表

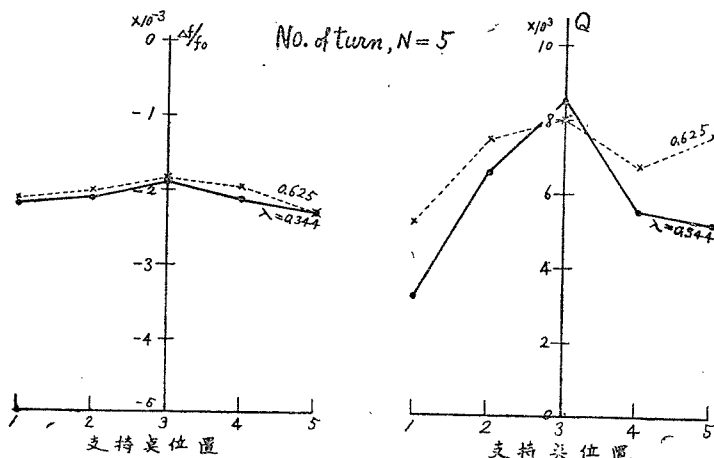
コイル巻 数 N	縦 振 動 周 波 数	備 考
6	1,000	D=.56
7	900	d=.06cmφ
10	690	
11	680(600)	($\frac{\lambda}{2}$ 共 振)
11	620	
12	580	Fix-Fix 型も
15	435	Fix-Clamp型も
18	359	殆ど大差なし
19	362	
20	335	
30	230	
50	140	
80	87	
10	66	D=2.1, d=.08 cmφ
10	145	D=1.235, d=.06 cmφ



第 10.9 図

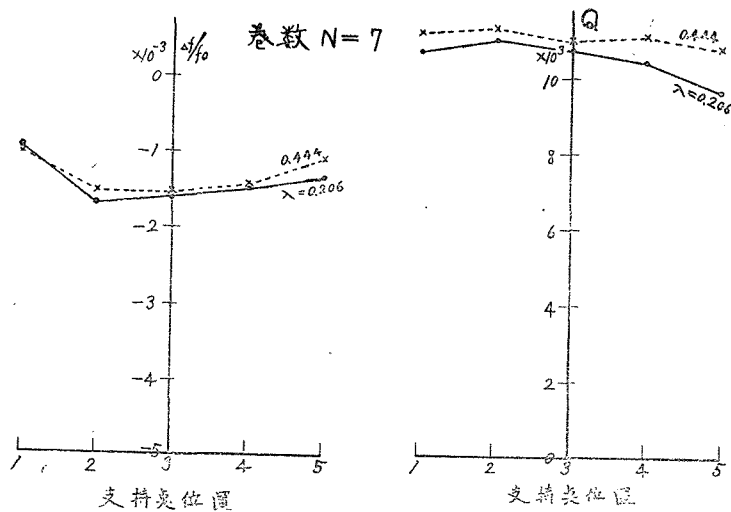
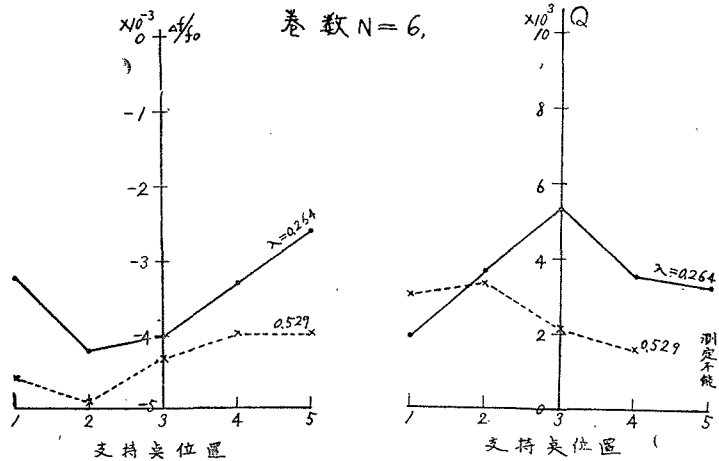
§§11. 支持点が音片の節点より外れている場合の支持の影響に関する実験

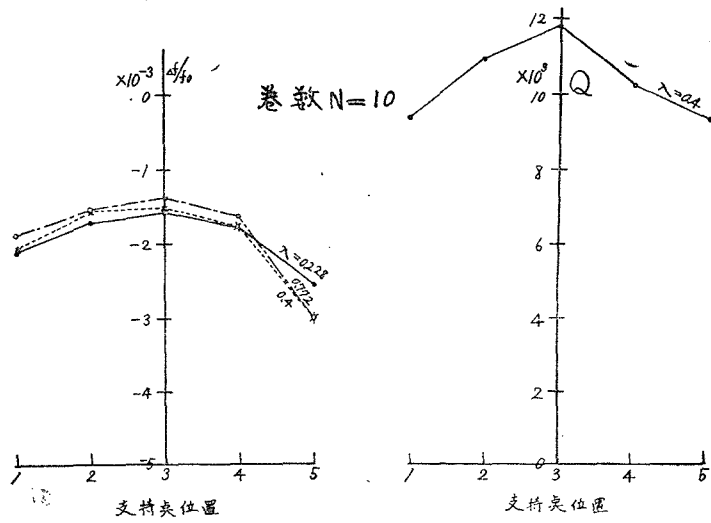
支持点が音片の節点より外れて支持されている場合は、前章 §§5にも述べたように支持装置は撓み負荷及び振り負荷として影響を与える。而して之が総合共振周波数に与える影響量は夫々のインピーダンスの大きさ ($|Z_s|$, $|Z_{s1}|$) 及び支持点の節点からの偏差 (n_1 , n_2) に依り定るもので、その周波数変動の符号 (\pm) は音片の働作周波数に於ける振り及び撓みインピーダンスの誘導性が容量性に依つて定る。第11.1図乃至第11.7図は Q_0 の劣化する不良巻数の附近に於て支持点を故意に節点よりずらして支持し測定した Q_0 及び $\Delta f/f_0$ 。



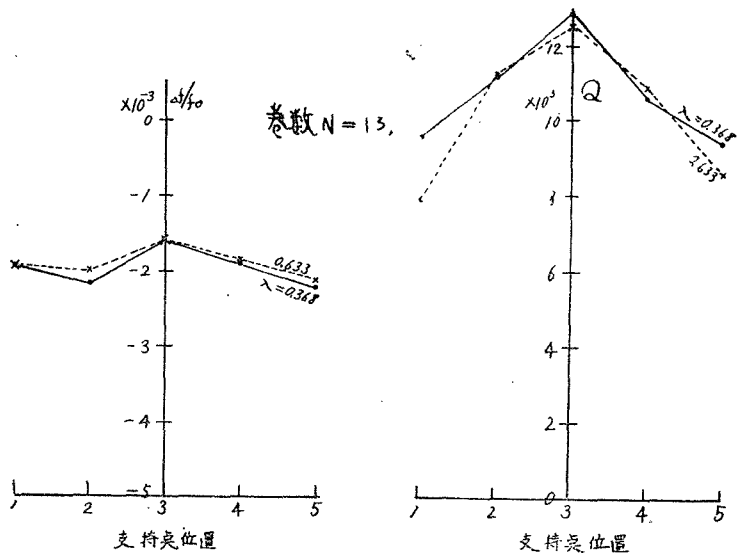
第 11.1 図

の結果である。同図より、 $N=6$ ターンの前後及び14ターンの前後に於て共に、誘導性より容量性に影響度が変化し、特性曲線が凸型より凹型に転移している事が認められる。之は振り負荷の反共振の前後に於ける誘導性から容量性への転移に起因するものと考えられる。また $N=10$ ターン附近に於て少しく大き目に誘導性となつてゐるのは丁度 $N=10$ ターン附近が撓み振動の第二次反共振附近にあるためとも考えられるが $N=10$ ターン附近に於て Q_0 の劣化現象が認められなかつた事は注意されるべきである。而してまたこの点に研究の余地がある。

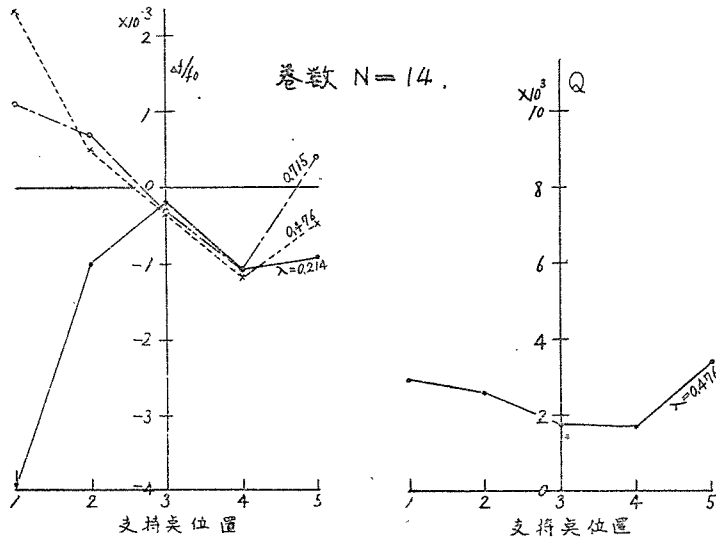




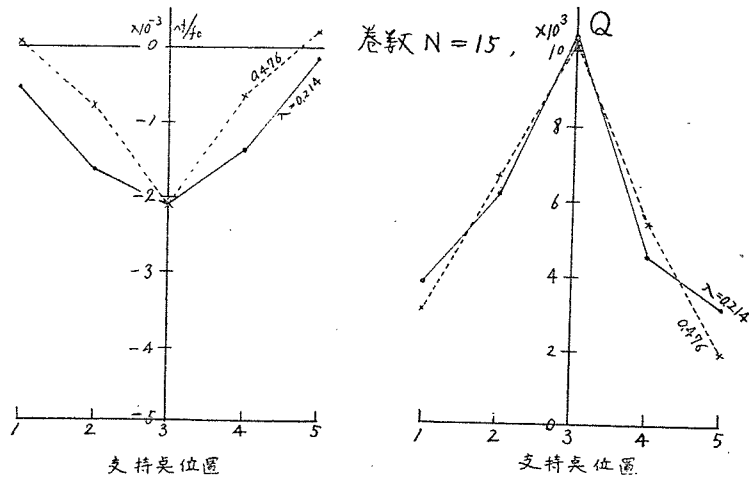
第 11.4 图



第 11.5 图



第 11.6 図



第 11.7 図

§§12. 音片振動子の諸特性に及ぼす支持の影響

スプリング支持方式の実用化に際し支持の影響を定量的に知る事が必要となる。本章では各種寸法の支持スプリングについて共振尖鋭度及び共振周波数の変動率を測定し、更に

鋼針支持型の場合と比較検討した。各種支持方式の簡単な比較については別に報告もあるが本章では主として協同研究者の一人小林の卒研⁽¹¹⁾の諸測定結果に基づき更に之に少しく考察を附加し茲に報告する。

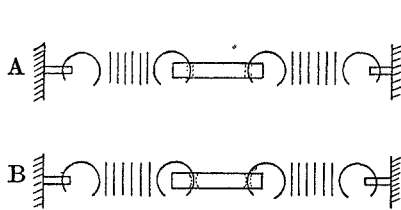
本章の実験に使用した音片を第12.1表に示す。

第 12.1 表

試料音片 番号 NO.	共振周 波数 ν	全 長 l_0 mm	厚 さ d mm	巾 b mm		備 考
				Steel	Invar	
S - 1	1,000	111	2.5	5.4	7.1	張合せ音片
S - 2		111	2.5	4.4	6.1	張合せ音片
S - 3		115	2.4	12.	—	単純音片 (Spring 節外)
S - 4		110	1.9	9.9	—	同 上 (鋼 針 節外)
S - 5		115	2.4	11.9	—	単純音片

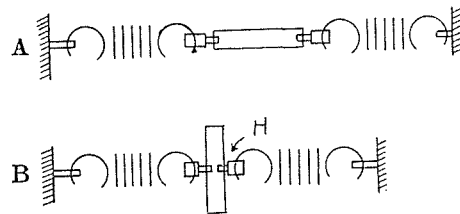
§12.1 支持スプリングの引掛部分について

音片のスプリング支持法は第12.1図及び第12.2図に示す様な構造の下に行われ、蔓巻スプリングの張力に依り音片を支持する。

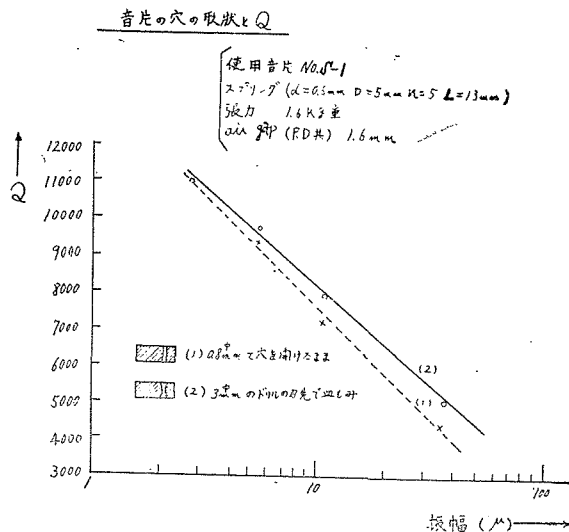


第 12.1 図

第12.1図 A は初期に使用された構造で引掛孔が直接音片に穿つてある。同図 B はこの小孔にテーパを附し支持スプリングの引掛部の摩擦を少くし特性の向上化を計つたものである。実験に依れば第12.3図に見られる様に A 型に比し B 型の方が少く Q_0 が高くなつてゐるが本方式 (A 型及び B 型) はその構造上、厚い音片に対し不適當である。最近ではこの蔽を補い更に支持部の摩擦損を小ならしめるため第12.2図に示す様に引掛部品 H を介して音片を支持している。



第 12.2 図



第 12.3 図

(10) 永井, 近野, 守屋, 塗; 東北大電通連合談話会 昭 26. 3.

(11) 小林. 卒業研究論文 昭 26. 3 東北大. 永井研究室.

支持部に於ける摩擦損を可及的に少くし抵抗損失をすべて金属の内部粘性に依存せしめるため端部を蝟付その他に依り固着する方法等も考えられるが、その実施法が簡単でなく調整時の取付け取はずしが簡単でないので、現在も猶固定せずに単純引掛法を採用している。

第 12.2 表

	Q	備 考
両端単純引掛	16,700	音片 NO.-S-3 Spring, D=0.5, d=0.06, N=6,(cmφ) 空隙 1.8mm, 音片端振巾 3.2μ.
Spring一端のみ 判田付固定	15,450	
Spring両端 判田付固定	13,450	

因みに一例を示せば第12.2表のような結果となり上記の予想に反した結果となつてゐるが、之は判田付けの不手際に依るものと考えられる。猶、引掛部の改良を目的として試みた数種の実験については後節 §12.8 に記

した。

§12.2 支持スプリングの寸法と音片の総合共振尖鋭度

1) 支持スプリングの寸法

支持スプリングの寸法は音片が駆動・抽出磁石に吸着されない条件即ち音片の並行移動・回転変位に対しても音片が吸着されないような復元力を必要とし而も之が弾性限内にある必要がある。実験に依れば空隙を 1.8mm 一定に保ち磁束を 100~150 maxwell

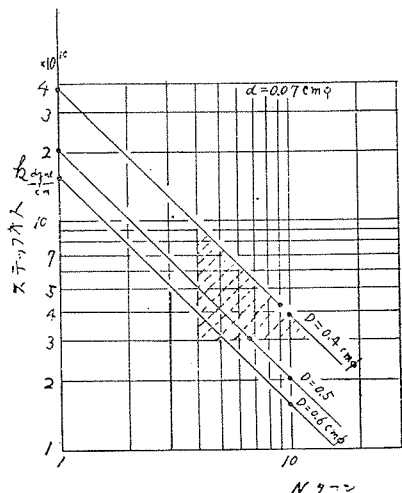
第 12.3 表

	A 類	B 類	C 類
スプリング 線径 d(cmφ)	0.5	0.6	0.7
スプリング コイル直径 D:(cmφ)	4 5 6	4 5 6	4 5 6

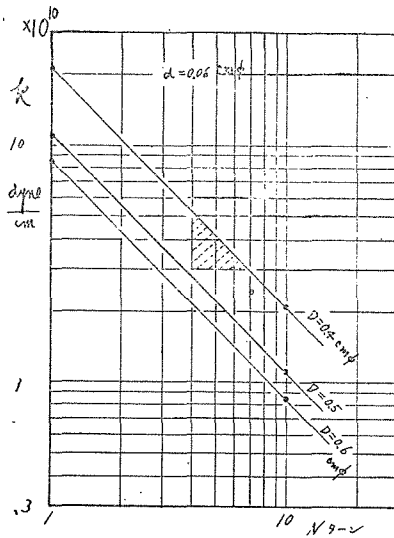
第 12.4 表

d;cmφ	D;cmφ	結 果	備 考
0.5	4, 5, 6,	×-×	×-×; 外部衝撃により両端吸着 ×; 同上. 片方吸着 ○; 安定.
0.6	4, 5,	○ ×	
0.7	4, 5, 6,	○ (N=4~9) ○ (N=4~6) ×	

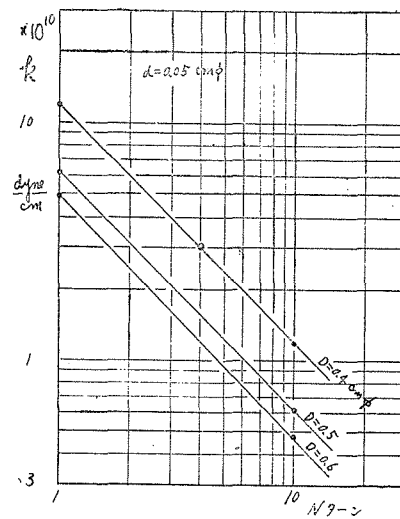
に保持し第 12.3表に示す寸法のスプリングで夫々 N=4, 6, 9 及び 12 ターンの各場合即ち 36個の試料について実例し第12.4表の如き結果を得た。之等の結果をスプリングの伸びスチッフネス k に換算し k-巻数の曲線上にプロットすると第 12.4図の如くなる。即ち現用の音片（略々 110×10×3程度）に対し、実用スプリング寸法を N>4 ターン, D>4mmφ とすれば、支持の安定な範囲は実験結果より略々 $k>3 \times 10^{10}$ dyne/cm となる。即ち第 12.4図の閉三角形内が安定なスプリング寸法の実用範囲となる。猶、支持の安定性はその張力に依つて決るから最大許容応力から各スプリングに対する許容張力を算出すると第 12.5 図 A, Bの如くなる。上記の現用の音片では実際



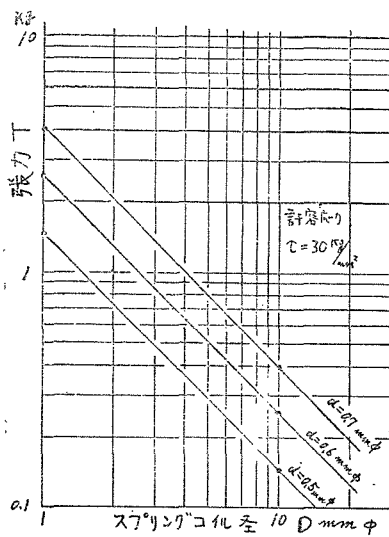
第 12.4 図 A



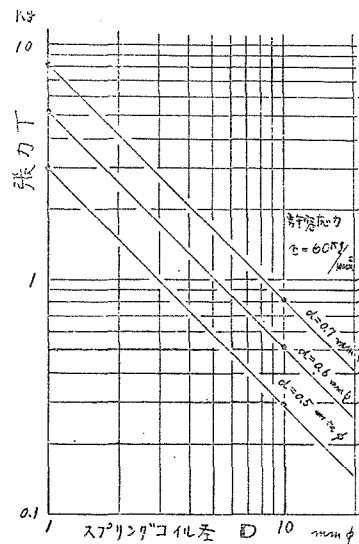
第 12.4 図 B



第 12.4 図 C



第 12.5 図 A



第 12.5 図 B

上 1kg 重以上の張力を必要とするから、 $D > 4\text{mm}\phi$ とすれば、許容応力 $\tau = 60\text{kg/mm}^2$ の時 $d \geq 0.6\text{mm}\phi$ 、許容応力 $\tau = 30\text{kg/mm}^2$ の時 $d \geq 0.7\text{mm}\phi$ となる。実験に依れば $\tau = 60\text{kg/mm}^2$ が Critical な限界であるから安全率を 2 倍程度に見積ると $\tau = 30\text{kg/mm}^2$ となり $d \geq 0.7\text{mm}\phi$ なる設計仕様を得る。従来斯る簡単な材料力学的検討さへ行はれずに単なる直感或は Cut and Try法が作用されて来た。

2) 不良スプリングと音片の Q_0

上記 1) に於ては静力学的見地から音片支持の安定性につき考察を行つたが更に動的見地から之等を考察する。支持スプリングは音片の働作時に於て或特定条件の下に Dynamic Absorber の如き作用をなし悪影響を与えるから支持の設計に際し斯る動的検討も亦重要

な問題となる。第12.3表に記載した36ヶの試料の実測結果によれば第12.5表に示すスプリ

第 12.5 表

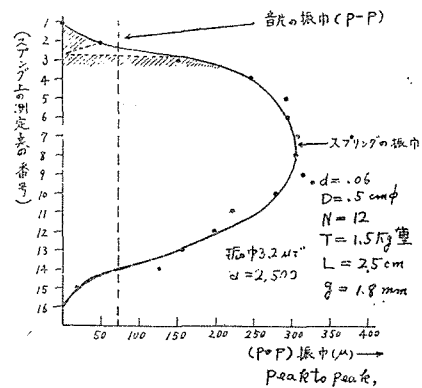
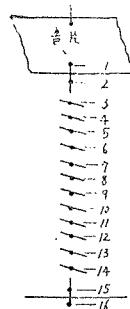
不良コイル線 番 号	径 d cm ϕ	径 D cm ϕ	巻 数 N	軸長 L cm	張 力 T kg重
NO. A	.07	.6	9	25	
B	.06	.5	12	25	1.5
C	.05	.6	6	21	

第 12.6 表

不良コイル 番 号	K
NO. A	11.8
B	10.6
C	12.5

ング寸法に於て音片の Q_e が非常に劣化する事が認められた。同表の不良スプリング NO. A, B, C がすべて音片の働作周波数 1000 μ に於て丁度反共振に在ると仮定し（実際はその附近にあるが）(10.1)式から K を逆算すると第12.6表の如き値となる。即ち算出値 K は $4\pi=12.6$ より少いが略々 4π に近い値となつてゐる。更に之等不良スプリングが振り反共振に起因すると云ふ事実は次の実験に依つても実証された。

即ち NO. B スプリングを音片 NO. S-1 に取り付け ($g_a = 0.715$, $g_p = 2.68$ mm), 各部の振動振巾を顕微鏡で測定し第12.6図の如き結果を得た（第9.8図参照）。支持スプリングの腹部（Loop）の変位は音片の両端の振巾（ 85.25μ ）の約4.5倍の 159μ で振り振動をしている事が認められた。之は支持スプリングが

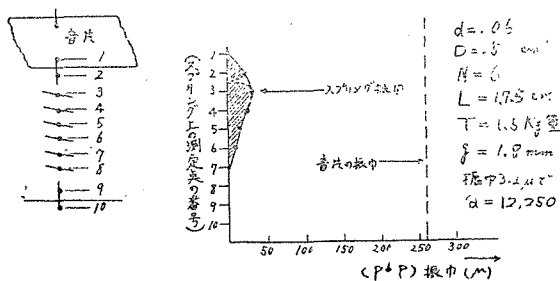


第 12.6 図

振り振動の並列共振状態にある事に外ならない。普通の不良ならざる支持スプリング

($d=0.06$, $D=0.5$ cm ϕ , $N=6$,

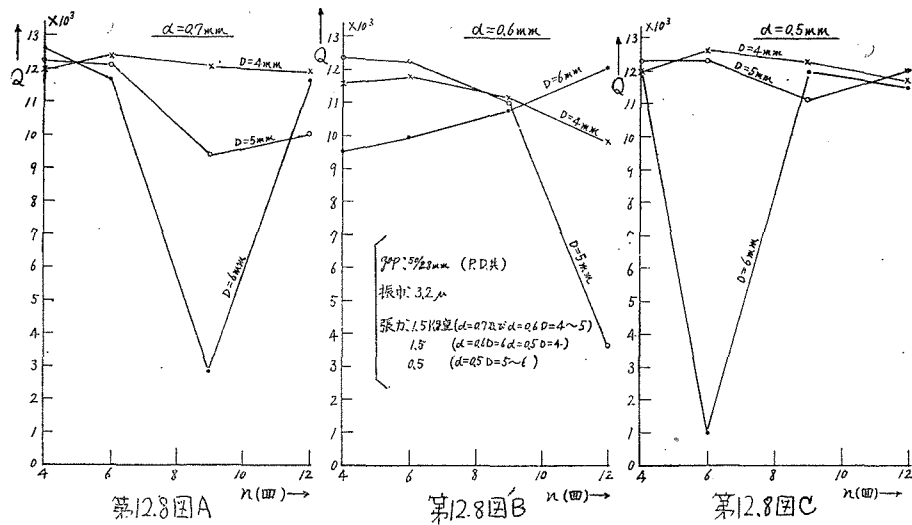
$T=1.5$ kg 重) では第12.7図に示す様に音片端の振巾 129μ に対しスプリングの最大変位はその約1/9程度の 14.7μ となつて居り更にその振動変位の分布も上記の不良の場合と異つて居り, Q も 6 倍程度回復向上している。



第 12.7 図

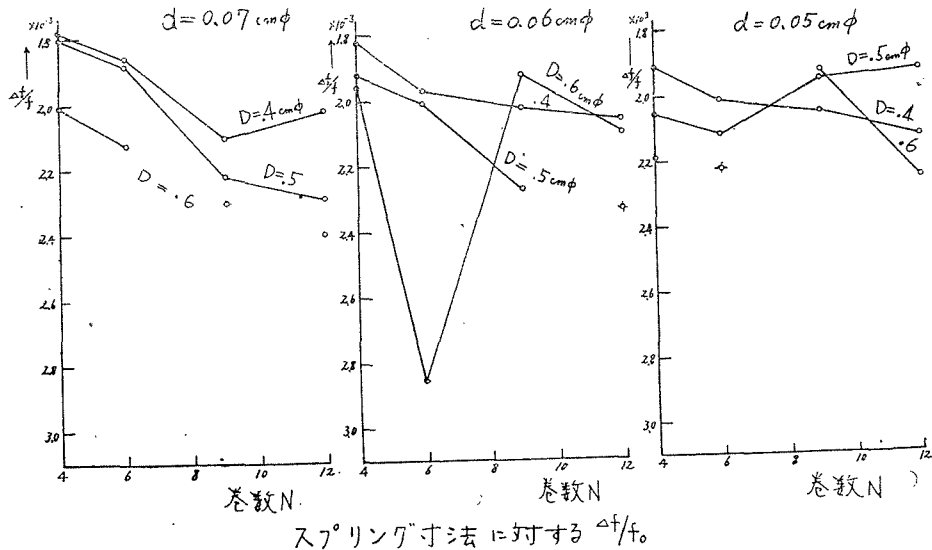
3) 各種支持スプリングに対する音片の Q_e

第12.8図は第12.3表に示す36ヶの各種支持スプリングに対する音片の総合共振尖鋭度 Q_e の測定結果で図中 Q_e の非常に降下している点は第12.5表の NO. A, B, C スプリングに相当する。



§12.3 支持スプリングの寸法と音片の総合共振周波数

第12.9図は前述の36個の各種スプリングについて支持音片の総合共振周波数を測定した



結果である。共振周波数はノルマン氏の増巾器にて発振させその発振周波数を別に設けた標準周波数と比較し測定した。猶不良スプリングの場合は発振し難かつたので特に磁石を音片に接近せしめなければならなかつた。第12.9図の結果を以て直ちに総合共振周波数の変動率を論ずる事は少しく大担すぎると考えられるので省略する。

§12.4 スプリングの張力と音片の Q_0 及び $\Delta f/f_0$

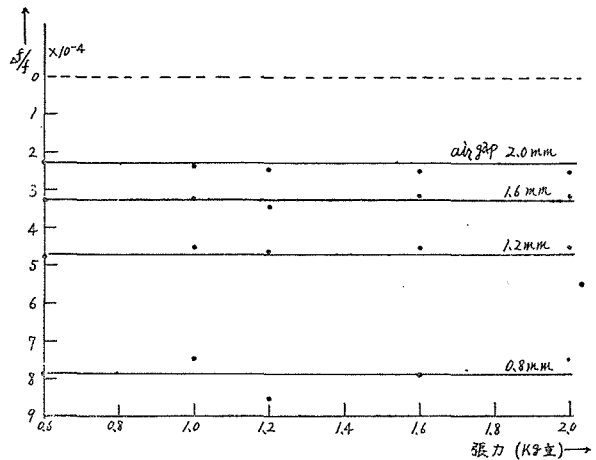
支持スプリングの張力は温度・時効その他で変化するから張力の変動に対する音片の特性の変化の状況を定量的に知る事も必要である。時効その他に依る張力変化は、寧ろこれ

に伴う駆動空隙の変化を介して見掛の共振周波数その他の特性に影響を与えるものと考えられるが実験としては常に一定の空隙に調整保持して測定を行つた。換言すれば張力のみの影響を調べた事となる。第 12.10 図はその結果である。同図に見られる様にスプリング張力に対する共振周波数の変化は殆んど全く誤差範囲内である。スプリング張力に対する Q_0 は第 12.11 図に見られる様に空隙及び振動巾さえ一定なら殆んど変化を無視する事が出来る程度である。猶、少しく詳細に之を検討するなら、振巾の大きい時及び張力の小さい時 Q_0 は少々減じているが之は次の如き原因に基づくものと考えられる。即ち張力の小さい時はスプリングの引掛部分に於ける音片と引掛部品との摩擦により振動損失が増加し、張力の大きい時は支持スプリングを介して支持台へ伝達散逸するエネルギーが増加する。

§12.5 スプリング支持型音片に於て支持点が節点より外れた場合

1) 支持点位置と共振周波数の変動率 $\Delta f/f_0$ 。

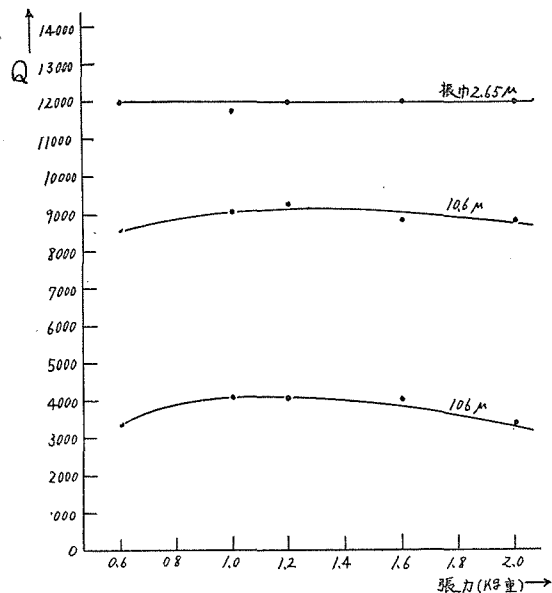
第 12.12 図及び第 12.13 図は支持点が音片の節点に一致した場合及び節点から外れた場合の、支持位置に対する $\Delta f/f_0$ の値を示す。同図より、供試スプリングは音片の働作周波数に於て誘導的に作用している事が認められる。この事実は更に第 12.14 図の実験結果より間違いでない事がわかる。§12.7 の鋼針支持の場合と逆の結果となつている点は興味深い。



スプリング張力に対する $\Delta f/f_0$

(スプリング寸法: $d = .06$, $D = .5$, $L = 1.1 \text{ cm}$, $N = 6$)

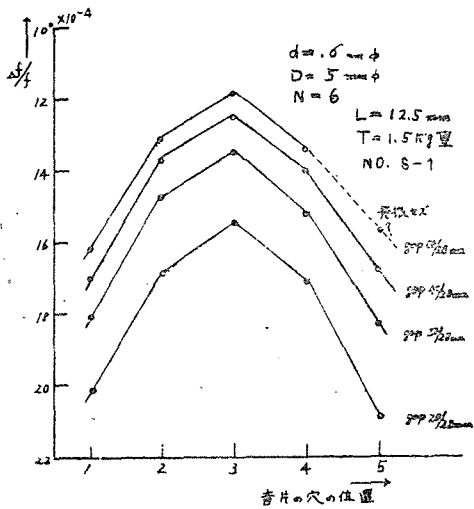
第 12.10 図



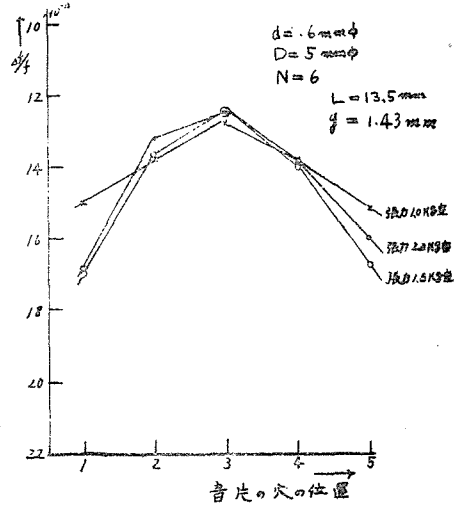
スプリング張力に対する Q

(スプリング寸法: $d = .06$, $D = .5$, $L = 1.1 \text{ cm}$, $N = 6$,
空隙: $.016 \text{ cm}$, 音片: $N0.S-1$)

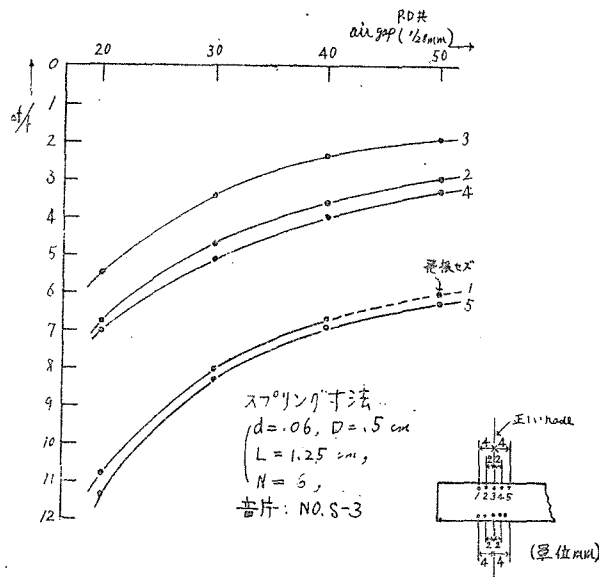
第 12.11 図



第 12.12 図



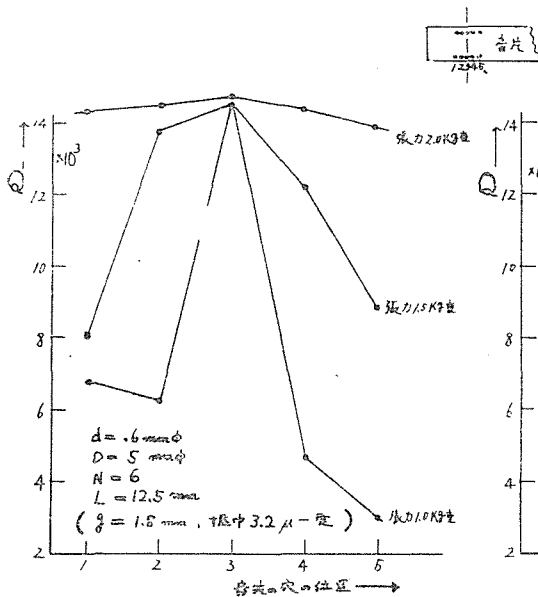
第 12.13 図



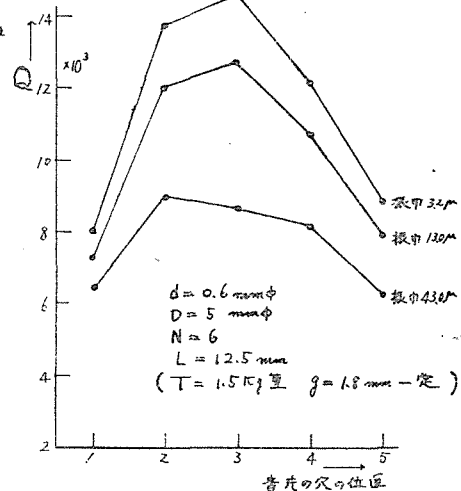
第 12.14 図

2) 支持位置と Q_0

第12.15図及び第12.16図は支持点位置に対する Q_0 の測定値を示すもので、節点支持の場合 Q_0 が最も高く支持点が内外に外れると Q_0 は減少し、小振幅、小張力程その減少量の大きい事が認められる。之が原因は前述の如く引掛部の摩擦損に依るものと考えられる。一方12.24図及び12.25図に示す如き鋼針支持の場合は支持針の長い程 Q_0 は高く而も平坦となつてゐるが之は支持鋼針を介して散逸するエネルギーに基づくものと考えられる。



第 12.15 図

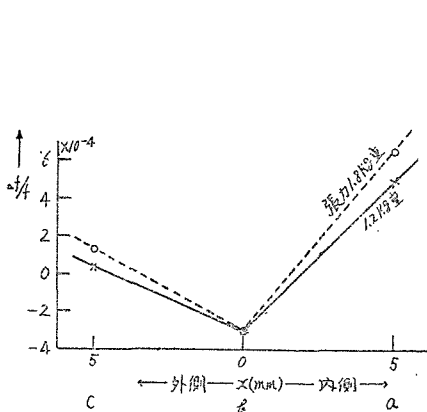


第 12.16 図

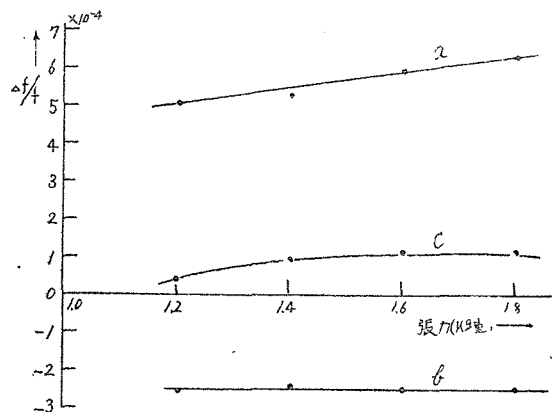
§12.6 附加的に拘束された支持の影響

支持スプリングが正しく音片の長軸方向と直角に取付けられなかつた場合、及び支持スプリングに振りが附加的に加えられた場合の支持の影響を知る目的から故意にスプリングを傾斜せしめあるいは初期振りと与えて音片の Q_0 及び $\Delta f/f_0$ を測定した。

1) 支持スプリングの固定端の移動と $\Delta f/f_0$

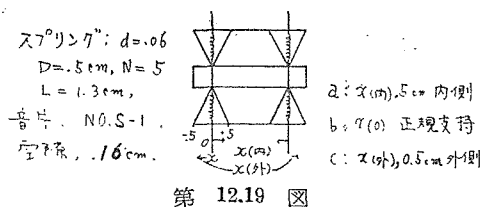


第 12.17 図



第 12.18 図

第12.17図及び第12.18図は第12.19図に示す如く支持スプリングの他端を水平左右方向に移動した場合の共振周波数の変動率を表す。即ち不良支持の場合はいずれも共振周波数が増加して居り第 12.12 の図結果と比較参照すると興味深い。之



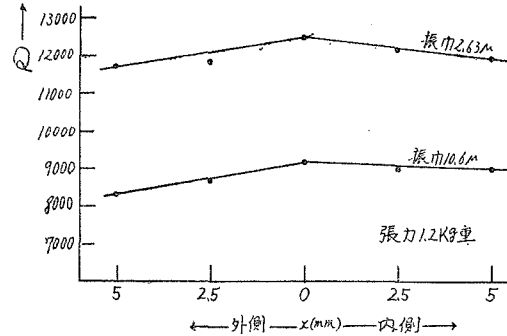
第 12.19 図

が原因は主として支持スプリングの振りに対する附加的拘束に基づくものと考えられるが簡単に結論づけることは出来ない。鋼針支持の場合は第12.26図に示す様に共振周波数の変化は遙かに大きい。第12.18図は支持点を節点からずらした場合の、張力 $\Delta f/f_0$ 特性で良支持の場合その変動の最も少い事を示している。

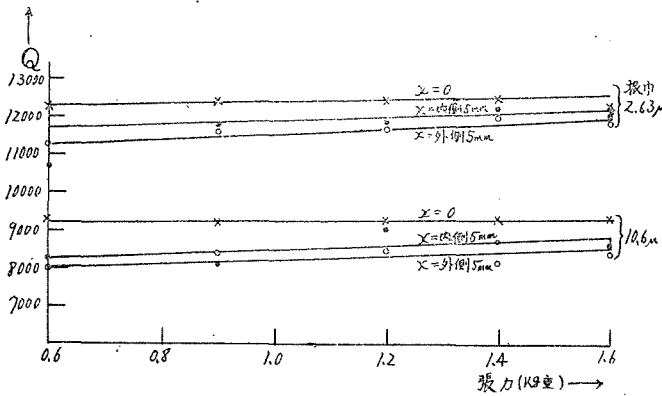
2) 支持スプリングの固定端の移動と Q_0

第12.20図及び第12.21図は支持スプリングの固定端を水平左右方向に移動

した場合の Q_0 の測定結果で、不良支持の場合 Q_0 が僅か乍ら減少している事が認められ



第 12.20 図

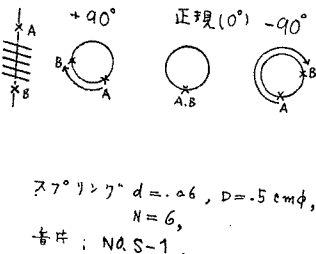


第 12.21 図

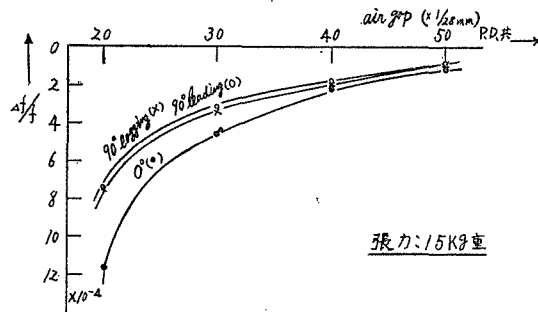
る。之は附加的拘束に依り振動損失の増加する事を示すものである。良支持では Q_0 は張力に依り殆んど変化を示さないが内外にずれ支持された場合は張力に依り少しく変化し張力が大きくなると Q_0 も大となつてゐる。この事実からも Q_0 減少の原因は主として引掛部の摩擦に起因する事が推定される。

3) 支持スプリングに予め振りを与えた場合の諸影響

予めスプリングに振りを与えて音片を支持し、その共振周波数及び Q_0 に与える影響を実測した。之は実用に際し問題となる時効その他に依るスプリングの振りの戻りに対する対策に関連がある。第12.22図Aに示す如く蔓巻スプリングの一端を他端に対し夫々

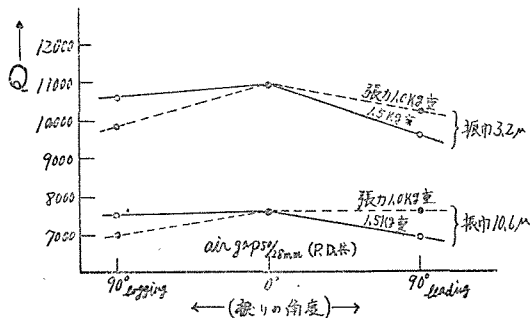


第 12.22 図 A



第 12.22 図 B

+90°, 0, -90° 振つて音片を支持し測定を行つた。第12.22図B及び第12.23図はその結果である。初期振りの加えられない場合(0°)共振周波数は一番低く、 Q_0 は一番高く、

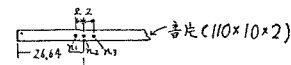


第 12.23 図

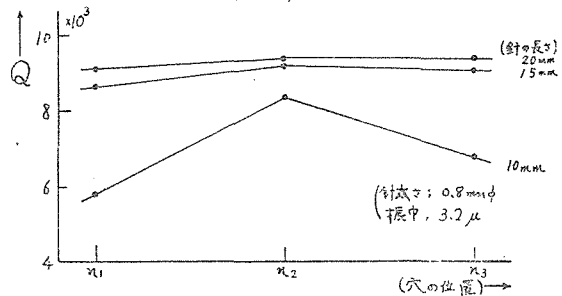
スプリング支持型と比較検討する目的から鋼針支持音片につき Q_0 , $\Delta f/f_0$ その他を測定した。

- 1) 鋼針支持型に於て支持点が音片の節点からずれた場合

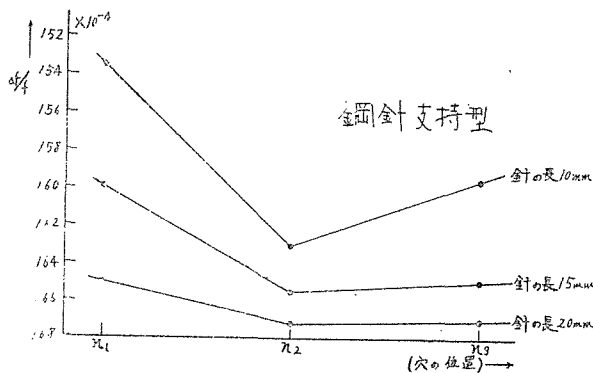
第 12.24 図及び第 12.25 図に鋼針型に於ける支持点位置に対する Q_0 及び $\Delta f/f_0$ の測定結果を示す。スプリング支持型に比し共振周波数の高くなっているのは支持鋼針の拘束の大なる事(容量性)を示し、 Q_0 が低くなっているのは支持物を介して散逸



鋼針支持型



第 12.24 図



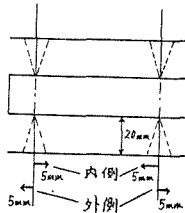
第 12.25 図

するエネルギーの大なる事を示す。また良支持の場合、共振周波数が一番低く Q_0 が一番高くなっているのも等価回路網より説明される。

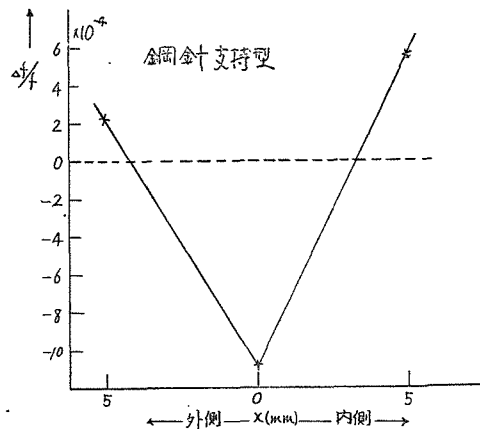
- 2) 鋼針支持に於て支持鋼針に附加的拘束が加えられた場合

鋼針の固定端が水平左右方向にずらされ固定された場合の共振周波数の変化は第 12.26 図の如く求められ、良支持の時共振周波数が最小となる。

支持針
 $d=0.08$
 $L=2.0\text{ cm}$
 空隙 .16 cm



第 12.26 図 A



第 12.26 図 B

§12.8 スプリング支持音片に関するその他の実験

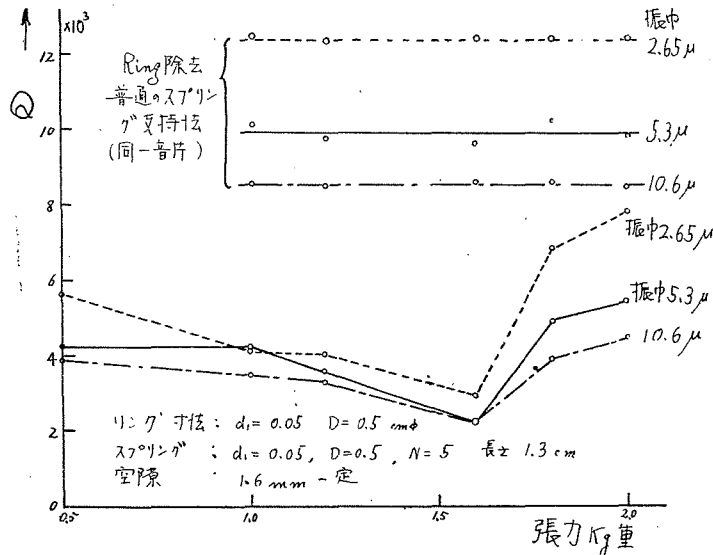
1) 菱巻スプリングの引掛支持部に関する一二の実験

支持の拘束を少なくしスプリング支持の改良を計る目的から下記の如き種々なる引掛方法につき実験を行つたが結論としては大した優れた特性の改良も認められず調整工作等の点より却つて第 12.1 図或は第 12.2 図に示す構造が実用に適している事が認められた。次に二三の試みた方法及びその結果について略述する。

(a) 引掛スプリングの使用; 第 12.27 図はその構造を第 12.28 図はその特性を示す。Q₀ は予想に反し却つて低下している。

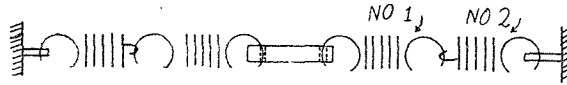


第 12.27 図



第 12.28 図

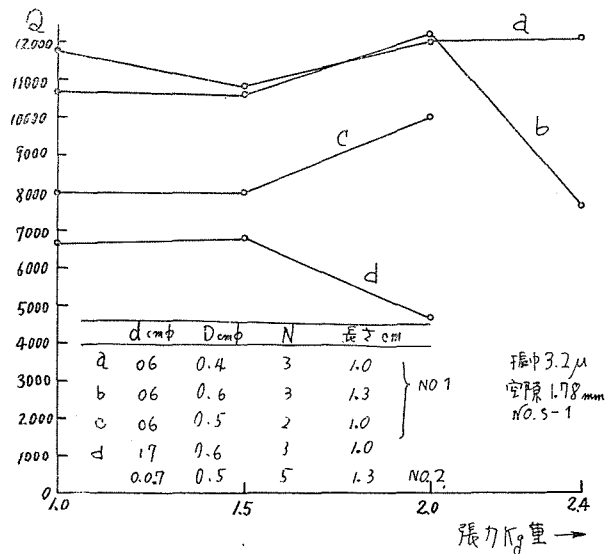
(b) 蔓巻スプリング2個直列接続；第12.29図にその構造を第12.7表に使用スプリング寸法を示す。この場合も第12.30図の如く却つて Q_0 が低下して居り始めのスプリング NO.1 のみが大きく影響を与える事が認められた。



第 12.29 図

第 12.7 表

コイル番号	d cmφ	Dcmφ	Lcm	N	備 考
NO. 2	.07	.5	1.3	5	音片端振巾 3.2μ
NO. 1	.06	.4	1.0	3	$g_p = g_a = 1.8\text{mm}$
	.06	.6	1.3	2	音 片 NO. S. 1
	.06	.5	1.0	3	
	.07	.6	—	3	(記号第6.5 cf 表)



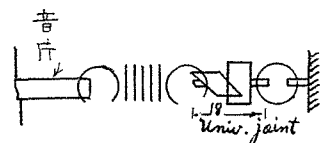
第 12.30 図

(c) ユニバーサルジョイントの使用；

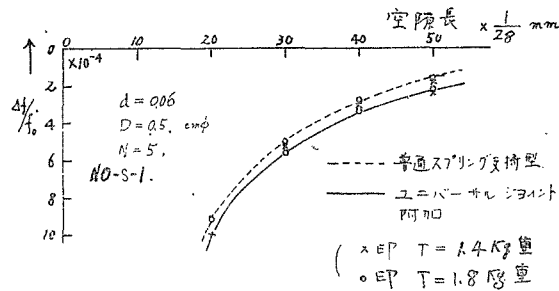
その構造を第12.31図に，その特性を第12.32図に示す。この場合も却つて Q_0 が低下している。

2) 音片の保持角度と共振周波数

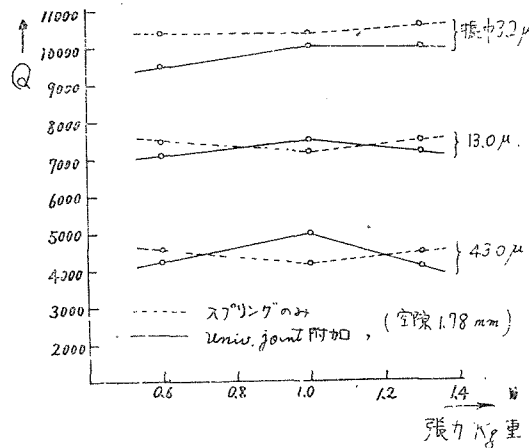
この実験に関しては木村氏の報告もあるので第12.8表に之を併せて記載した。即ちスプリング支持の方が鋼針型に比し保持位置角度に依る共振周波数の変化の少く大きい事が認められる。



第 12.31 図



第 12.32 図 A



第 12.32 図 B

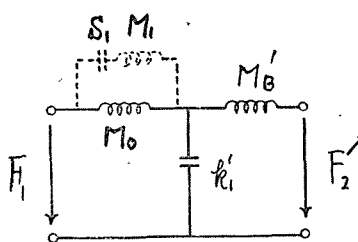
第 12.8 表

保持位置		鋼針支持※ g = 1.5mm $\Delta f'/f_0 \times 10^{-6}$	スプリング支持※ g = 2mm, $\Delta f/f_0 \times 10^{-6}$	スプリング支持 g=1.8mm, T=1kg重 d=.06cmφ D=.5cmφ N=6, L=1.8
水	平	0	0	0
	横	+ 2.3	+ 9	+ 7
	倒	+ 4.6	+ 14	+ 14
転	縦	+ 2.3	+ 11	+ 7
備考		※ 印は木村氏の結果		

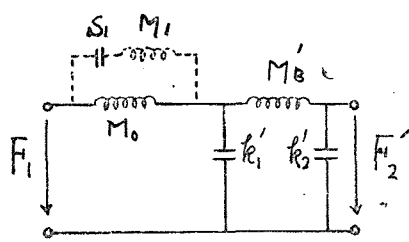
3) スプリング支持音片と外部振動

支持音片の等価回路網は支持装置を純ステツフネスと考えると第 12.33 図 A, B の如く表される。⁽¹⁰⁾ 茲に同図 A は支持装置が直接支持台に取付けられた場合で同図 B はその支持台が更にばねを介してベースに取付けられている場合であり、サフィックス (') は音片の振動点側に換算された総合的等価諸定数値を表す。即ち一種の濾波器回路網として之を論ずる事が出来る。防振の問題については別に改めて報告する事として茲では省略する。

(10) 文献前掲



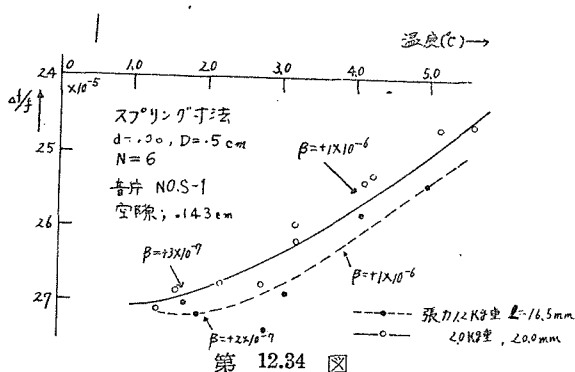
第 12.33 図 A



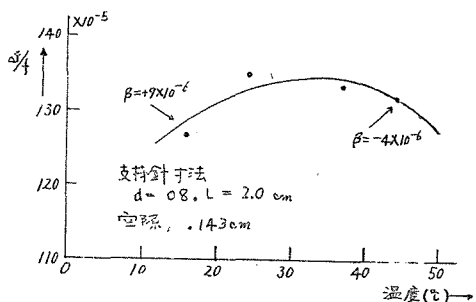
第 12.33 図 B

4) スプリング張力と音片の周波数温度係数

スプリング支持音片の周波数温度係数については木村氏の発表^[2]があり「調整に依り $10^{-8}/^{\circ}\text{C}$ 程度の音片が得られる」と結論しておられるが、茲ではスプリングの張力に対する周波数温度係数の測定結果について述べる。第12.34図はその測定結果で比較的大きな張力変化に依つても周波数温度係数が殆んど変らないことを示す。之に反して、鋼針支持の場合は第 12.35 図に示す様に温度—共振周波数の特性曲線は甚しく彎曲している之は支持鋼針の温度に依る拘束の変化を示すものである。



第 12.34 図



第 12.35 図

§§13 音片振動子の支持の設計條件

以上各章に亘つて支持の影響及び条件について詳述したが本章では支持の設計並び

にその条件について説明する。先づ支持設計の条件を列挙し簡単な説明を附し設計式を示し最後に 1000 μ の音片について例説する。以上述べる設計の基礎は第 6.7 図の近似等価回路網に依るもので実用上はこれで充分である。即ち

- (i) $n_1 = 0$, 即ち支持点を音片の節点に正しく一致させる事が必要で而も
- (ii) 支持点の面積は可及的に小なる事がのぞましい。
- (iii) $n_2 = 0$, 即ち (音片の振巾/音片全長) の比の小なる事がのぞましい。
- (iv) $Z_s \neq 0$, $Z_s \neq \infty$, 即ち支持装置の捩り振動の支持点に於けるイスピーダンスが音片の働作周波数に於て共振状態にある事がのぞましく決して反共振状態にて使用しない事、之は (i) の条件を満足する正規支持に於て特に注意されるべき条件である。また之は (ii) (iii) の条件を満足する事に依り緩和されるが無視されるべきでない。屈曲型水晶、

音叉, 等に関する諸外国の研究を見てもこの点看過されて来た感がある。

(v) $\beta_s \doteq 0$, $\beta_s \neq \infty$, 即ち支持装置をその撓み反共振の状態に於て使用しない事。この撓み振動のみに関しては諸外国に於ても考察され Solder, ball 法その他の対策が構じられて来た。併乍らこの撓み振動は (i) (ii) (iii) の条件を満足する正規支持に於ては殆んど問題でなく, むしろ支持点が節点から外れて支持されて居る如き場合に問題となる。

以上は動的条件に属するが更に静力学的見地から考えるとき

(vi) スプリング或は弦等の支持装置の場合はこれら線材の張力に対する応力が許容弾性応力範囲内にある事が必要である。更に,

(vii) 共振周波数の変動因子である駆動空隙長を一定且つ安定に保ち音片の外部衝撃その他に依る吸着を避けるため或値以上のスチッフネス k (蔓巻スプリングの時, $k = \frac{Gd^4}{8ND^3}$) に保つ必要がある。従つて条件 (vi) (vii) から支持装置の寸法 (例えば上記スプリング $N-D-d$) の限界値が与えられる。一方チタン酸バリウム駆動音片や屈曲型水晶振動子では上記の如く空隙を一定に保持する必要がないから許容応力云々の条件は緩和される。

(viii) 猶, 振動子を孤立系とし外系と遮断する目的に対しては支持台を更にスプリングにて懸吊する事がのぞましい。

以上が支持設計条件の大略である。実際に設計する場合には更に次の諸式或は図表を使用すればよい。

a) 条件 $Z_s = 0$, $Z_s \neq \infty$, について

(i) 支持装置が蔓巻スプリングの場合は出来るだけ (13.1) 式を満足する寸法 ($d-N$) を使用し反共振 (13.2) 式の成立する如き寸法を使用してはいけない。猶, 設計に際し (13.1) (13.2) 式の左辺 f には音片の働作周波数を代入する。

$$\text{即ち } f_n = \frac{(2n-1)d}{8\pi DN} \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}, \quad \dots\dots\dots (13.1)$$

$$f_n' = \frac{2nd}{8\pi DN} \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}, \quad (\text{C} \cdot \text{G} \cdot \text{S 単位}) \quad \dots\dots\dots (13.2)$$

但し, d , D 及び N は夫々片側の蔓巻スプリングの線径, コイル径及び巻数で, E , ρ_0 は夫々そのヤング率及び密度である。

(ii) 支持装置が細棒 (両端固定) 及び弦の時は同様の理由から (13.3) 式を使用すべきで反共振 (13.4) 式の等号の成立する如き寸法 (L) を使用してはいけない。

$$\text{即ち } f_n = \frac{2n-1}{4L} \sqrt{\frac{G}{\rho_0}}, \quad \dots\dots\dots (13.3)$$

$$f_n' = \frac{2n}{4L} \sqrt{\frac{G}{\rho_0}}, \quad \dots\dots\dots (13.4)$$

茲に L は片側の支持棒の全長で G はその剛性率である。

b) 条件 $\beta_s = 0$, $\beta_s \neq \infty$ について

(i) 支持装置が蔓巻スプリングの場合は (13.5) 式に於て $m=2n+1$ を採用すべきで, $m=2n$ なる反共振の場合は避けるべきである。猶, (13.5) 式は近似式で少しく実測値と異なるから実用に際しては夫々の場合について実験的に補正する必要がある。

$$f_m = m \cdot A \cdot \sqrt{\frac{x}{L}}, \quad A = \frac{1}{2} \sqrt{k/M_0}, \quad k = \frac{Gd^4}{8ND^3} \quad \dots\dots\dots (13.5)$$

茲に L はスプリングの両固定端間の距離で M_0 は支持スプリングの全質量でその他の定数は (13.1), (13.3) 式の場合に同じである。

(d) 支持装置が細棒 (両端固定) なる時は同様の理由から (13.6) 式の $m=2n+1$ の場合を採用すべきで $m=2n$ の場合を避けるべきである。

$$f_m = \frac{\alpha_m}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{K}{\rho_0 S}}, \quad \dots\dots\dots (13.6)$$

$$K = EI.$$

茲に L, ρ_0, S は夫々両端固定支持棒の全長, 密度, 断面積で I は棒の慣性能率で α_m は夫々 $\alpha_1 = 4.730, \alpha_2 = 7.853, \alpha_3 = 10.996 \dots\dots$ の如き数値となる。

(e) 支持装置が弦なる時は (13.7) 式を使用すべきで (13.8) 式の成立する如き寸法を避けるべきである。

$$f_n = \frac{2n-1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho_0}}, \quad \dots\dots\dots (13.7)$$

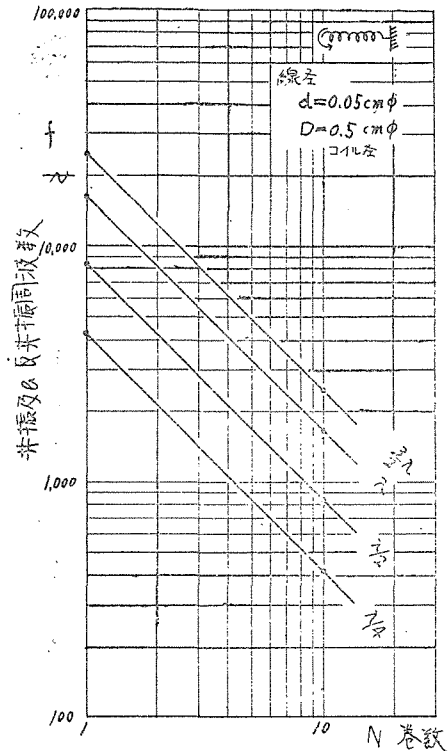
$$f_n' = \frac{2n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho_0}}, \quad \dots\dots\dots (13.8)$$

茲に T は弦の張力で L は弦長である。

次に 1000 μ 音片振動子 (110 \times 10 \times 3程度) の支持の設計例を示す。

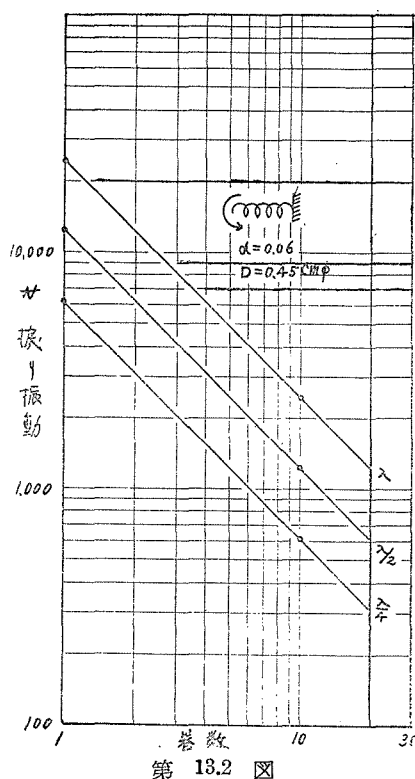
一例 1-スプリング支持の場合

(i) 線径 $d=0.05$, コイル径 $D=0.5\text{cm}\phi$ なる菱巻スプリングを使用した場合のコイル巻数を求め適不適を吟味する。ヤング率 $E=2.1\times 10^{12}\text{ dyne/cm}^2$, $\rho=7.8\text{ gr/cm}^3$ とし巻数 N に対する振り共振及び反共振の周波数を算出すると第 13.1 図の如くなる。即ち $N=8\sim 9$ ターンに於て支持装置の支持点に於けるインピーダンスは反共振となるからこの附近 (8 ~ 9 ターン) の巻数は避けるべきである。また $N=4.5$ ターン附近に於て駆動インピーダンスは零となり $\lambda/4$ 共振となりその前後に於てインピーダンスは容量性より誘導性に転移する。一方撓み振動に対しては前述の如く正規支持では大して問題とならないが吟味を希望する場合は実験的補正式に依る必要がある。以上は動的見地からの設計であるが更に之を静的見地から検討する必要がある。即ち第 12.4 図 C, 第 12.5 図 B を見るに $d=0.05$, $D=0.5\text{cm}\phi$ のスプリングではスチッフネス $k < 3\times 10^{10}\text{ dyne/cm}$ (但し $N \geq 4$ とす) とな

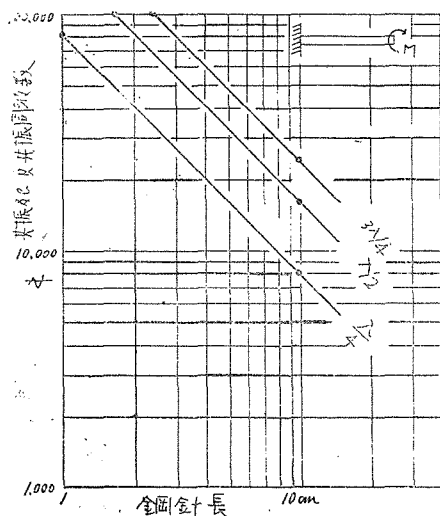


第 13.1 図

り, 許容張力 $T < 1\text{kg}$ 重となるから支持が不安定で張力を増すため更に引張ると許容応力以上となりスプリングは復元しなくなる。即ちこの寸法のスプリングは安定度の点で不



第 13.2 図



第 13.3 図

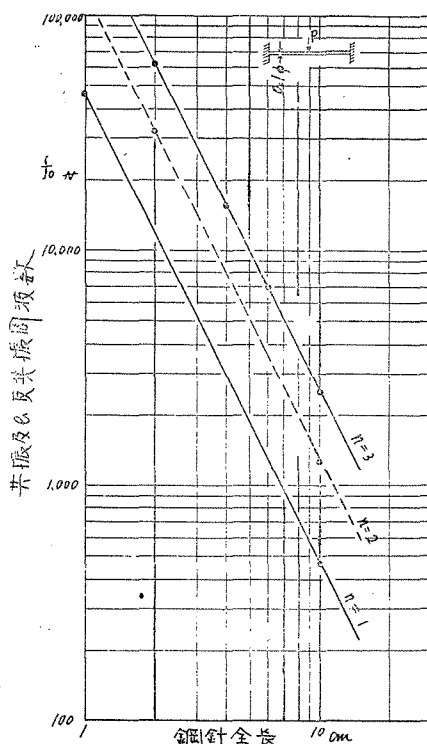
※で常に容量的に作用し振りの共振や反共振の現象は表れない。これ等の問題となるのは 15kc 以上の音片に於てのみである。一方正規支持では余り問題とならないが撓み共振

適当である。猶第 12.4 図, 第 12.5 図は現用寸法の音片 (上記) について実験的に求めたものであるから他寸法の音片に対しては一律に適用出来ない。次にスプリング寸法 d, D を変え繰返し吟味してみる。

(ii) 線径 $d=0.06$, $D=0.45\text{cm}\phi$ なるスプリングを使用した場合は第 13.2 図より $N=12$ ターンに於て反共振となり $N=6$ ターンに於て共振となる事がわかるから, 12 ターンは絶対に避けるべきである。一方第 12.4 図 B 及び第 12.5 図 B より必要な k 及び許容張力を検するにいずれも合格 ($k>3\times 10^{10}$, $T>1\text{kg}$) なる事が認められる。即ち設計値としては $N=6$ ターンとなる。

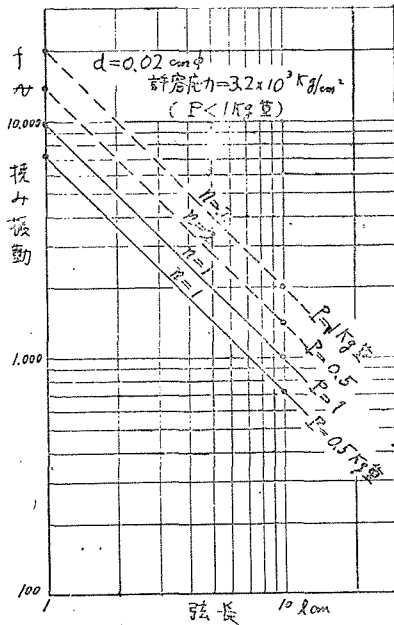
一例 2—鋼針及び鋼線支持の場合

剛性率 $G=0.82\times 10^{12}$ とし鋼針長に対する振り共振及び反共振周波数を算出すると第 13.3 図の如くなる。即ち 1000 程度の音片に対しては支持鋼針は実用範囲 (10cm 以下) ※

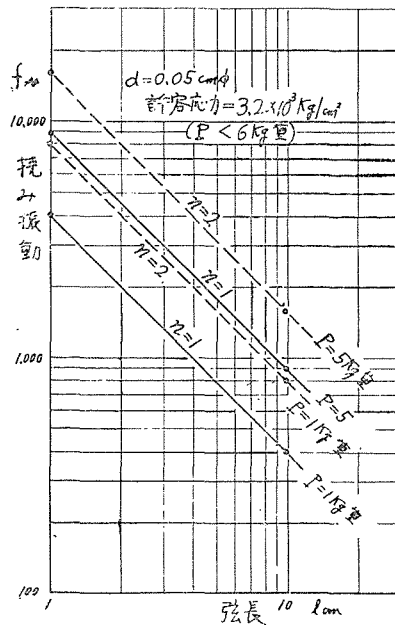


第 13.4 図

・反共振について検討すれば $E=2.1 \times 10^{12}$, $d=0.1\text{cm}\phi$ なる鋼針では第 13.4 図の如くなる。即ち 1000 ω の音片に対しては鋼針長 11cm の時反共振, 6.8cm の時共振となる。従つて 5cm 以下の鋼針では常に容量性として作用する。弦支持の場合の撓み振動の周波数は第 13.5 図 A, B に示す如く張力及び長さによつて変化する。同図には $d=0.02\text{cm}\phi$



第 13.5 図



第 13.5 図

及び $d=0.05\text{cm}\phi$ の場合のみを示した。

以上共振, 反共振のみを主として論じて来たが或インピーダンスを持つ場合は上記の考察から容易にそのリアクタンス値を算出する事も出来る。

結 言

支持された音片振動子に関する理論的並びに実験的考察を行い共振周波数その他の特性に及ぼす支持の諸影響を明瞭ならしめ, 音片支持の設計にまで言及した。以上の解析・考察に於いても種々の近似的仮定があり未だ充分とは言ひ得ないが支持の影響並びに支持の設計に対し理論的な根拠と具体的な指針とを与える事が出来た。

猶第 9 章以下の支持音片の実験に関しては外田念雄君をはじめ卒業研究の掘田富夫, 小林静雄両君の御盡力に依るところが多く特に第 12 章の諸測定結果は大半, 小林君の御盡力に依つて得られたものである。最後に, 始終御懇篤なる御指導を賜っている東北大永井教授に深謝の意を表すると共に同大学鈴木辰男助教授・佐藤利三郎助教授をはじめ音片研究グループ各位, 並びに山形大学教官, 早坂研究室各位の御教示と御援助に厚く感謝致します。

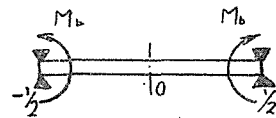
〔附録〕 曲げモーメントを受ける細棒の横振動に関する一考察

音片に支持装置を附す事は余分な聯成系を附加した事に相当する。之等支持装置は屈曲働作時に於て撓み及び振り負荷として作用する。この振り負荷は負の相応曲げモーメントを同点に印加した事に相当するから、負荷として振りのみを考える場合には支持音片の解析は結局曲げモーメントを印加された両端自由棒の解法に帰するわけで、撓み及び振り負荷を有する場合は之等を重疊すればよい。之は本文 §86 に詳述した通りである。本附録に述べる解法は音片支持解析の一過程として得られたものであるが曲げモーメントに依る棒の振動の解析に対し一助ともなれば幸いである。

最近剛さマトリックス法に^[12]依る任意負荷を有する弾性棒の一般解法が示されているが、茲に述べる曲げモーメントの等価置換法等に依る等価回路網は直列共振回路の並列接続として表される。また微分方程式に境界条件を適用し Mittag Leffler の定理を使用して得られる等価回路網が並列共振回路の直列接続となる事は興味深い。

§ A-1 両端支持棒

第A.1.1図に示す如き両支持端に曲げモーメント $M_0 e^{j\omega t}$ の印加された細棒の横振動の変位 ξ は振動の微分方程式(A.1.1)式に境界条件(A.1.2)式を適用する事に依り式(A.1.3)の如く与えられる。^[13] 即ち回転慣性を無視した振動方程式は K を曲げ



第 A.1.1 図

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \frac{K}{\rho S} \cdot \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} = 0 \quad \dots\dots\dots (A.1.1)$$

の如く与えられる。茲に ρ , S は夫々細棒の密度及び断面積である。境界条件は棒の中央を原点とすると $X = x/l$ として

$$X = \pm 1/2 \text{ に於て } K \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = M_0, \quad \xi(x) = 0 \quad \dots\dots\dots (A.1.2)$$

の如くなるから結局 (A.1.1), (A.1.2) 式より

$$\xi(X) = \frac{M_0}{2K} \frac{1}{k^2} \cdot \frac{U(x)}{\cos \frac{\alpha}{2} \cosh \frac{\alpha}{2}}, \quad \dots\dots\dots (A.1.3)$$

を得る。茲に $K = EI$, (E : ヤング率, I : 慣性能率)

$$k^4 = \frac{\rho S}{K} \cdot \omega^2, \quad \alpha = kl = \sqrt{\frac{\rho S}{K}} \cdot l \cdot \sqrt{\omega}$$

$$U(x) = \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cosh \alpha X - \cosh \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \alpha X, \quad \dots\dots\dots (A.1.4)$$

である。

さて、微少振巾のみを対象としているから

$$\theta(x) \doteq \tan \theta(x) = \frac{1}{l} \frac{d\xi}{dX}, \quad \dots\dots\dots (A.1.5)$$

とおけば (A.1.3) 式は

[12] 奥村：材料力学同好会講演プリント 昭 28. 4.

[13] 例へば鈴木：機械振動子定数表, 昭 23

$$\theta(x) = \frac{M_b \alpha}{2K k^2 l} \cdot \frac{\cos \frac{\alpha}{2} \sinh \alpha X + \cosh \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \alpha X}{\cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cosh \frac{\alpha}{2}}, \quad \text{..... (A.1.6)}$$

の如く書き表わされる。従つて $X=1/2$ の時

$$\theta(x=\frac{1}{2}) = \frac{M_b \alpha}{2K k^2 l} \cdot \left(\tan \frac{\alpha}{2} + \tanh \frac{\alpha}{2} \right), \quad \text{..... (A.1.7)}$$

となるから

$$\dot{\theta}(x) = j\omega \theta(x),$$

とすれば入力インピーダンス Z_i は $Z_i = M_b / \dot{\theta}(x)$ として

$$Z_i = \frac{2K k^2 l}{j\omega} \cdot \frac{1}{\alpha \left(\tan \frac{\alpha}{2} + \tanh \frac{\alpha}{2} \right)} \quad \text{..... (A.1.8)}$$

の如く表される。然るに

$$\frac{2K k^2 l}{\omega} = 2\sqrt{\rho S K} \cdot l,$$

$$\frac{1}{\tan \frac{\alpha}{2} + \tanh \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\alpha} + \sum_{n=1,3,\dots} \frac{4\alpha^3}{\alpha^4 - \alpha_n^4}, \quad (\text{Mittag Leffler の定理})$$

$$\alpha_n \text{ は } \tan \frac{\alpha}{2} + \tanh \frac{\alpha}{2} = 0 \text{ の根 } (\alpha_1 = 4.73, \alpha_3 = 10.9956 \dots)$$

なる関係があるから (A.1.8) 式は

$$\begin{aligned} Z_i &= -j2\sqrt{\rho S K} \cdot l \cdot \left(\frac{1}{\alpha^2} + \sum_{n=1,3,\dots} \frac{4\alpha^2}{\alpha^4 - \alpha_n^4} \right) \\ &= -\frac{1}{j\omega C_0} + \sum_{n=1,3,\dots} \frac{j\omega 1/C_n}{\omega_n^2 - \omega^2}, \end{aligned} \quad \text{..... (A.1.9)}$$

の如くなる。茲に

$$C_0 = \frac{1}{2} C_{00} = \frac{1}{2} \left(\frac{l}{K} \right),$$

$$C_n = \frac{1}{8} C_{00} = \frac{1}{8} \left(\frac{l}{K} \right),$$

$$L_n = \frac{1}{C_n \omega_n^2} = \frac{8(\rho l S) l^2}{\alpha_n^4}, \quad \text{..... (A.1.10)}$$

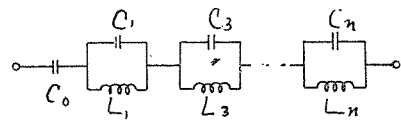
でありまた

$$\begin{cases} -j2\sqrt{\rho S K} \cdot l \cdot \frac{1}{\alpha^2} = \frac{2}{j\omega} \frac{K}{l} \\ -j2\sqrt{\rho S K} \cdot l \cdot \frac{4\alpha^2}{\alpha^4 - \alpha_n^4} = \frac{8j\omega (K/l)}{\omega_n^2 - \omega^2} \end{cases} \quad \text{..... (A.1.11)}$$

なる関係がある。(A.1.9)式の Z_i は第 A.1.2 図の様な等価二端子網にて表さる。因みに $\omega=0$ なる時の角変位 $\theta(x=\frac{1}{2})$ を求めると

$$\theta(x=\frac{1}{2}) = \frac{M_b \cdot l}{2K} \quad \text{..... (A.1.12)}$$

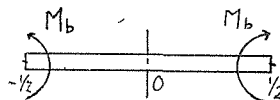
を得る。之は別に静的に求めた値と一致する。



第 A.1.2 図

§ A.2 両端自由棒

第A.2.1図に示すように両自由端に夫々 $M_b e^{j\omega t}$ なる曲げモーメントを加えた場合を考える。この場合の振動変位 $\xi(x)$ は



第 A.2.1 図

$$\xi(x) = \frac{M_b}{K k^2} \cdot \frac{U(x)}{\sin \frac{\alpha}{2} \cosh \frac{\alpha}{2} + \sinh \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}},$$

$$U(x) = \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cosh \alpha X - \sinh \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \alpha X, \quad \dots\dots\dots (A.2.1)$$

の如く与えられる。前同様にして (A.1.5) 式の関係から

$$\theta(x=\frac{l}{2}) = \frac{j\omega M_b \alpha}{K k^2 l} \cdot \frac{1}{\cot \frac{\alpha}{2} + \coth \frac{\alpha}{2}} \quad \dots\dots\dots (A.2.2)$$

を得る。

従つて入力インピーダンス Z_i は

$$Z_i = \frac{K k^2 l}{j\omega \alpha} \left(\cot \frac{\alpha}{2} + \coth \frac{\alpha}{2} \right), \quad \dots\dots\dots (A.2.3)$$

の如く与えられる。然るに

$$\cot \frac{\alpha}{2} + \coth \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\alpha} + \sum_{n=1,3,\dots} \frac{4\alpha^3}{\alpha^4 - \alpha_n^4}, \quad \dots\dots\dots (A.2.4)$$

α_n は (A.2.4) 式=0 の根,

なる関係があり更に

$$\begin{aligned} \frac{K k^2 l}{j\omega \alpha^2} &= -j\sqrt{\rho S K} \cdot l \cdot \frac{1}{\alpha^2} = \frac{1}{j\omega (l/K)}, \\ \frac{K k^2 l}{j\omega} \cdot \frac{4\alpha^2}{\alpha^4 - \alpha_n^4} &= \frac{j\omega (4K/l)}{\omega_n^2 - \omega^2}, \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (A.2.5)$$

なる関係があるから (A.2.3) 式は

$$Z_i = \frac{1}{j\omega C_0} + \sum_{n=1,3,\dots} \frac{j\omega 1/C_n}{\omega_n^2 - \omega^2}, \quad \dots\dots\dots (A.2.6)$$

の如くなり。第A1.2図と同型の等価回路網にて表される。

茲に $C_0 = \frac{l}{K}$, $C_n = \frac{1}{4} C_0 = \frac{1}{4} \left(\frac{l}{K} \right)$, である。

因みに $\omega=0$ に於ける $\theta(x=\frac{l}{2})$ を求めてみると

$$\theta(x=\frac{l}{2}) = \frac{M_b l}{K}$$

となる。

§ A.3 両端支持棒 (曲げモーメント等価置換法)

第A.1.1図に示す両端支持棒に曲げモーメント等価置換法を適用すると $\xi(x)$ 及び $\theta(x)$ は夫々

$$\xi(x) = \sum_{n=1,3,\dots} \frac{2}{(\rho l S)} \cdot \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2} \sin \alpha_n X (\sin \alpha_n X_1 - \sin \alpha_n X_2) 2P_0$$

$$= \sum_{n=1,3,\dots} \frac{2}{(\rho l S) l} \frac{\alpha_n}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \sin \alpha_n X \cdot \cos \alpha_n X_a \cdot 2M_b, \quad \dots\dots\dots (A.3.1)$$

$$\dot{\theta}(x) = j\omega \theta(x) \doteq \sum_{n=1,3,\dots} \frac{2\alpha_n^2}{(\rho l S) l^2} \cdot \cos \alpha_n X \cdot \cos \alpha_n X_a \cdot 2M_b \quad \dots\dots\dots (A.3.2)$$

の如く求められる。

茲に $X_a \left(= \frac{X_1 + X_2}{2} \right)$ は モーメントの印加点でこの場合は $X_a = 0$ である。対称曲げモーメントの他印加点は $X = 1$ となる。(A.3.2) 式より $Z_i = 2M_b / \dot{\theta}(x)$ として相互機械インピーダンス Z_i を得る。今 $X = 0$ とすると $\dot{\theta}(x)$ は

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(x=0) &= \sum_{n=1,3,\dots} \frac{2\alpha_n^2}{(\rho l S) l^2} \cdot \frac{j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot 2M_b \\ &= \sum_{n=1,3,\dots} \frac{j\omega \left(\frac{1}{I_n} \right)}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot 2M_b \quad \dots\dots\dots (A.3.3) \end{aligned}$$

となるから第A.3.1図の如き等価二端子網を得る。茲に

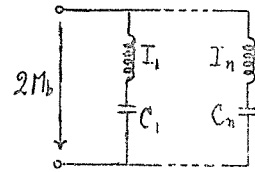
$$I_n = \frac{1}{2\alpha_n^2} (\rho l S) l^2 \quad \dots\dots\dots (A.3.4)$$

である。

因みに $\omega = 0$ なる時の $\theta(x=0)$ を求めると

$$\theta(x=0) = \sum_{n=1,3,\dots} \frac{4M_b l}{\alpha_n^2 K} = \frac{M_b l}{2K} \quad \dots\dots\dots (A.3.5)$$

となり (A.1.12) 式の値と一致する。



第A.3.1図

§ A.4 両端自由棒 (曲げモーメント等価置換法)

第A.2.1図に示す両端自由棒の両端部に曲げモーメント M_b を印加した場合の変位 $\xi(x)$ は

$$\xi(x) = \sum_{n=1,3,\dots} \frac{1}{(\rho l S) l} \cdot \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \frac{1}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2} U_n(X) U_n'(X_0) 2M_b, \quad (A.4.1)$$

$$\begin{aligned} U_n(X) &= (\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n) (\cos \alpha_n X + \cosh \alpha_n X) \\ &\quad - (\cos \alpha_n - \cosh \alpha_n) (\sin \alpha_n X + \sinh \alpha_n X), \end{aligned}$$

$$U_n'(X) = dU_n(X)/dX$$

の如く与えられる。従つて微小振巾の下では

$$\theta(x) \doteq \tan \theta(x) = \frac{1}{l} \frac{d\xi(x)}{dX} \quad \dots\dots\dots (A.4.2)$$

とおき

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(x) \doteq j\omega \theta(x) &= \frac{1}{(\rho l S) l^2} \sum_{n=1,3,\dots} \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \frac{1}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2} U_n'(X) U_n'(X_0) 2M_b \\ &= \frac{2M_b}{\sum_{n=1,3,\dots} \left(j\omega I_n X_0 X + \frac{1}{j\omega C_n X_0 X} \right)}, \quad \dots\dots\dots (A.4.3) \end{aligned}$$

を得る。茲に

$$I_n X_0 X = (\rho l S) l^2 \sigma_n X_0 X,$$

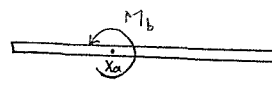
$$C_n X_0 X = 1/\omega_n^2 I_n X_0 X,$$

$$\sigma_{nX_0X} = \frac{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2}{U_n'(X) U_n'(X_0)}, \quad \dots\dots\dots (A.4.4)$$

である。即ち (A.4.3) 式は第 A.3.1 図と全く同形の等価二端子網にて表される。但し素子 I, C の値は異なる。

§ A-5 両端自由棒の任意一点に曲げモーメントの印加された場合

第 A.5.1 図に示す如く自由・自由棒の任意点 X_a に曲げモーメント M_b の作用する事は曲げモーメントの等価置換法に依つて $\lim_{\Delta X \rightarrow 0} \Delta X \cdot P_0 = M_b/l$ と考えられるから任意点の速度 $V(x)$



第 A.5.1 図

は

$$\begin{aligned} V(x) &= y_{X_2X} P_0 - y_{X_3X} P_0 \\ &= \frac{P_0}{j\omega M_0} \cdot 12 \left(X - \frac{1}{2} \right) (X_2 - X_3) + \frac{P_0}{M_0} \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \frac{U_n(X)(U_n(X_2) - U_n(X_3))}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2}, \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (A.5.1)$$

の如く与えられるから $X_3 - X_2 = \Delta X \rightarrow 0$ の極限として

$$V(x) = \frac{M_b}{j\omega M_0 l} \cdot 12 \left(X - \frac{1}{2} \right) + \frac{M_b}{M_0 l} \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \frac{U_n(X) \cdot U_n'(X_a)}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2},$$

或は

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(x) &= \frac{M_b}{j\omega M_0 l^2} \cdot 12 + \frac{M_b}{M_0 l^2} \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{j\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \frac{U_n'(X) U_n'(X_a)}{(\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n)^2}, \\ &= \sum_{nX_aX} \cdot M_b \quad \dots\dots\dots (A.5.2) \end{aligned}$$

の如くなる。

Study on Supporting Method of the Frequency

Standard Vibrator "Onpen".

Masashi KONNO

Department of Electrical Engineering,

Faculty of Engineering

This is a report of some theoretical and experimental results on supporting methods of the frequency standard vibrator "Onpen", a Free-Free-Bar vibrating transversely to its long axis.

With the mechanical equivalent circuits solved theoretically, the supporting conditions and the mounting effects have been studied. Moreover, a design principle of supporting method has been found successfully.